

Themen: Lösung (In)Homogener LGS und Lösungsverhalten; Determinanten

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Aufgabe 1:

Gegeben seien folgende Matrizen:

10

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -k \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} k & 1 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & 2 & k \\ -1 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & k & -k \end{pmatrix}$$

- a) Bestimmen Sie die Werte der Determinanten der beiden Matrizen.
- b) Für welchen Wert von k ist die **Matrix A** regulär (= invertierbar)?

Aufgabe 2:

30

Gegeben sei folgendes LGS: $A_p \cdot \vec{x} = \vec{b}_p \rightarrow \begin{pmatrix} p & 1 & 2 \\ 2 & 1 & p \\ 1 & p & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ p-1 \end{pmatrix}$

- a) Zeigen Sie, dass die Determinante der Koeffizientenmatrix A_p folgende Form annehmen kann: $\det(A_p) = -p^3 + 7p - 6$
- b) Ermitteln Sie die Inverse zur Matrix A_0
- c) Wie lautet die Lösung des LGS $A_0 \cdot \vec{x} = \vec{b}_0$?
- d) Für welchen Wert von p , nimmt das LGS $A_p \cdot \vec{x} = \vec{b}_p$ folgende Lösung an $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$?
- e) Für welche Werte von p hat das LGS
 - (i) genau eine Lösung?
 - (ii) unendlich viele Lösungen?
 - (iii) keine Lösungen?
- f) Lösen Sie die beiden LGS $A_2 \cdot \vec{x} = \vec{0}$ und $A_2 \cdot \vec{x} = \vec{b}_2$ und vergleichen Sie die Ergebnisse.

Aufgabe 3:

10

Bestimmen Sie die Ableitung und die Stammfunktion zur Funktion $f(t)$ mit $C_t = \begin{pmatrix} 1 & 2t & 1 \\ -e^{3t} & 0 & t \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$f(t) = \text{Det}(C_t) + (-2 \quad 1) \cdot \begin{pmatrix} 3t^2 \\ t \end{pmatrix}$$