

Themen: Mehrstufige Produktion; Stochastische Matrizen; Stat. GG

**Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!**

**Aufgabe 1:**

30

Die Unternehmung Armes Brot AG verarbeitet die Materialien  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$  zu den Zwischenprodukten  $Z_1$ ,  $Z_2$  und  $Z_3$  und diese Zwischenprodukte zu den Endprodukten  $E_1$ ,  $E_2$  und  $E_3$ .

Die folgenden Matrizen stellen die Stücklisten bzw. Materialverflechtungen dar.

$$M_{RZ} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \quad M_{ZE} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Wie viele Materialien werden pro Endprodukt gebraucht?

**Zusatzauftrag:** Zeigen Sie, dass die Zeilensummen der Ergebnismatrix dem Vektor (44 48 29) entsprechen.

b) Die Firma erhält einen Auftrag vom Umfang (10 25 20).

Der Vorrat an **Zwischenprodukten** beträgt (200 100 85).

Prüfen Sie, ob der vorhandene Bestand genügt bzw. ob nachbestellt werden muss.

c) Der Vorrat an **Zwischenprodukten** beträgt nun (130 70 60).

Unser Chef Rudi Nutzlos will nun wissen, wie viele Endprodukte wir herstellen können, wenn wir unser Zwischenproduktlager komplett leeren würden.

Die Kosten bzw. Verkaufspreise seien durch folgende Vektoren gegeben:

Kosten Materialien:  $\vec{k}_R = [10 \quad 15 \quad 20]$

Kosten Zwischenproduktproduktion:  $\vec{k}_Z = [80 \quad 100 \quad 120]$

Kosten Endproduktmontage:  $\vec{k}_E = [410 \quad 510 \quad 620]$

d) Berechnen Sie die **Material**gesamtkosten für jedes einzelne Endprodukt.

e) Berechnen Sie die Gesamtkosten, wenn die Fixkosten 123.000,00 € betragen und ein Auftrag von  $\vec{e} = [100 \quad 150 \quad 200]$  angenommen werden soll.

Anmerkung:  $\vec{K}_{\text{var}} = \vec{k}_R \cdot M_{RE} + \vec{k}_Z \cdot M_{ZE} + \vec{k}_E$

**Aufgabe 2: Stochastische Matrizen; Übergänge und Statisches Gleichgewicht**

20

Das Fitnessstudio „Gaggis Mucki-Fit“

Das neu eröffnete Fitnessstudio Gaggis Mucki-Fit hat durch das Angebot eines kostenlosen Probemonats eine große Anzahl von Kunden für seine Kursangebote (S)tepparobic, (W)irbelsäulengymnastik und (M)odern Dance gewinnen können.

Die Kurse finden parallel statt und dürfen im Wochenrhythmus gewechselt werden.

Die Kurswahl bzw. das Wechselverhalten gestaltet sich wie folgt:

$$U = \begin{pmatrix} 0,1 & b & c \\ a & 0,1 & 0,5 \\ 0,6 & 0,5 & 0,3 \end{pmatrix} \quad \text{Spalten-/Zeilenfolge: S - W - M}$$

Man kann davon ausgehen, dass jeder Kunde wöchentlich an einem der drei Kurse teilnimmt und das Wahlverhalten über den Betrachtungszeitraum unverändert bleiben wird.

In der zweiten Woche erfolgt folgende Kursbelegung:

$$\vec{p}_1 = \begin{pmatrix} s_1 \\ w_1 \\ m_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,7 \\ 0,1 \end{pmatrix}$$

- Berechnen Sie die Aufteilung für die 3. Woche.
- Prüfen Sie, ob mit diesen Daten eine Berechnung der Aufteilung für die 1. Woche möglich ist und ermitteln Sie diese oder begründen Sie, worin der Widerspruch liegt.
- Der Kurs (W)irbelsäulengymnastik wird durch (Y)oga ersetzt.  
Nach einigen Wochen stellt sich folgende stationäre Verteilung ein:

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} s \\ y \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,3 \\ 0,6 \\ 0,1 \end{pmatrix}$$

Die neue Übergangsmatrix hat nun folgende Form:

$$U_{\text{neu/Yoga}} = \begin{pmatrix} a & b & 0,3 \\ c & d & e \\ 0,1 & 0,1 & f \end{pmatrix} \quad \text{Spalten-/Zeilenfolge: S - Y - M}$$

Bestimmen Sie die Werte der Koeffizienten a bis f unter der zusätzlichen Bedingung, dass der Anteil der Yoga-Kursteilnehmer von Woche zu Woche immer 70 % beträgt.