12. Jgst.	Mathematik / Leistungsfach	KA2_LKM 12/1 Pi/Mei
Klasse: BGY18	2. Kursarbeit	Datum: 17.12.2019
Name:	Rohpunkte: 98	Notenpunkte:

Notieren Sie sämtliche Ansätze und Nebenrechnungen auf Ihren Bearbeitungsblättern!
Nummerieren Sie alle Seiten! Geben Sie Ihre Blätter in einer sinnvollen Ordnung ab!

Aufgabe 1: Ableitungen — *12 [4 – 4 – 4]*

Bestimmen Sie die 1. Ableitung der folgenden Funktionen:

a) $f(x) = \dfrac{x - x^3}{2 - x^2}$

c) $g_k(x) = \sin(kx) \cdot e^{x^2 - 4x + 1}$

b) $h_k(x) = e^{\frac{kx^5 - 4x^2}{x^3}}$

Aufgabe 2: Exponentialgleichungen — *20 [4 – 4 – 6 – 6]*

Teil 1: Lösen Sie folgende Exponentialgleichungen

a) $2x \cdot e^x - 3e^x = 0$

c) $5e^x + 25e^{-x} = 126$

b) $(x^3 + 8)(e^x + 2) = 0$

Teil 2: Für welche Werte von a hat die Gleichung $a \cdot e^{2x} - e^x = 0$ keine bzw. genau eine Lösung?

Aufgabe 3: Gebr.-rat. Funktionen — *28 [8 – 8 – 6 – 6]*

Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = \dfrac{80}{x^2 - 16} + 25$

a) Bestimmen Sie die Schnittstellen mit den Koordinatenachsen, die Polstellen und die Asymptote.

b) Zeigen Sie, dass die Funktion genau einen lokalen Extrempunkt besitzt und bestimmen Sie Art und Lage.

c) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f(x), die Polstellen und die Asymptote in ein Koordinatensystem.

d) Ab welchen ganzzahligen Stellen ist der Abstand **e** zwischen Funktion und der Horizontalen mit y = 25 kleiner als e = 0,001?

Aufgabe 4: e-Funktionen **_38 [6 – 6 – 8 – 6 – 8 – 4]_**

In einer großen Stadt breitet sich eine Viruserkrankung aus.
Die momentane Erkrankungsrate wird modellhaft beschrieben durch die Funktion f_k mit

$$f_k(t) = 100t^2 \cdot e^{-k \cdot t} \quad mit\ t \geq 0 \quad und\ k > 0$$

Dabei ist t die Zeit in Wochen seit Beobachtungsbeginn und f(t) die Anzahl der **Neuerkrankungen pro Woche**.

a) Zeigen Sie, dass die 1. Ableitung der Funktion folgende Form annehmen kann:

$$f_k'(t) = f_k(t) \cdot \left(\frac{2}{t} - k \right)$$

b) Bestimmen Sie die Ortskurve der Extrema. (Auf die hinreichende Bedingung der Extrema kann hier verzichtet werden.)

Für die folgenden Frage- und Aufgabenstellungen sei k = 0,4:

c) Bestimmen Sie die Anzahl der Neuerkrankungen pro Woche für $t \in \{0\,;5\,;10\,;20\}$ und skizzieren Sie den Verlauf der Funktion.

d) Begründen Sie, warum die Funktion nur eine Nullstelle besitzt.
Was bedeutet dies für den dargestellten Sachverhalt?
Bestimmen Sie in diesem Zusammenhang das Grenzwertverhalten für $t \to \infty$

e) In welcher Woche erkranken die meisten Personen neu? Wie viele sind dies?
Bestätigen Sie Ihre Ausführungen mit Hilfe geeigneter Ableitungen.

f) In Erläutern Sie mit mathematischen Mitteln, dass die Erkrankungsrate nach der 5. Woche rückläufig ist. (=> Monotonie?!)

Zusatzaufgabe: Diese Aufgabe darf zusätzlich bearbeitet werden. **_10 [4 – 6]_**

Gegeben seien die Funktionen $f_b(x) = b \cdot e^x$ und $g_a(x) = e^{a-x}$

a) Bestimmen Sie jeweils den Wert der 1. Ableitung der beiden Funktionen an der Stelle **x = 1**.

b) Die Graphen von $f_b(x)$ und $g_a(x)$ sollen sich an der Stelle **x = 1** ***<u>orthogonal</u>*** schneiden.
Für welche Werte von a und b trifft dies zu?