

12. Jgst.
Klasse: BGY18
Name:

Mathematik / Leistungsfach
3. Kursarbeit
Rohpunkte: 135

KA3_LKM 12/2 Pi/Mei
Datum: 10.03.2020
Notenpunkte:

Notieren Sie sämtliche Ansätze und Nebenrechnungen auf Ihren Bearbeitungsblättern!
Nummerieren Sie alle Seiten! Geben Sie Ihre Blätter in einer sinnvollen Ordnung ab!

Aufgabe 1: Funktionenschar ganzrationale Funktionen

54 [2 - 4 - 6 - 7 - 7 - 5 - 7 - 3 - 6 - 7]

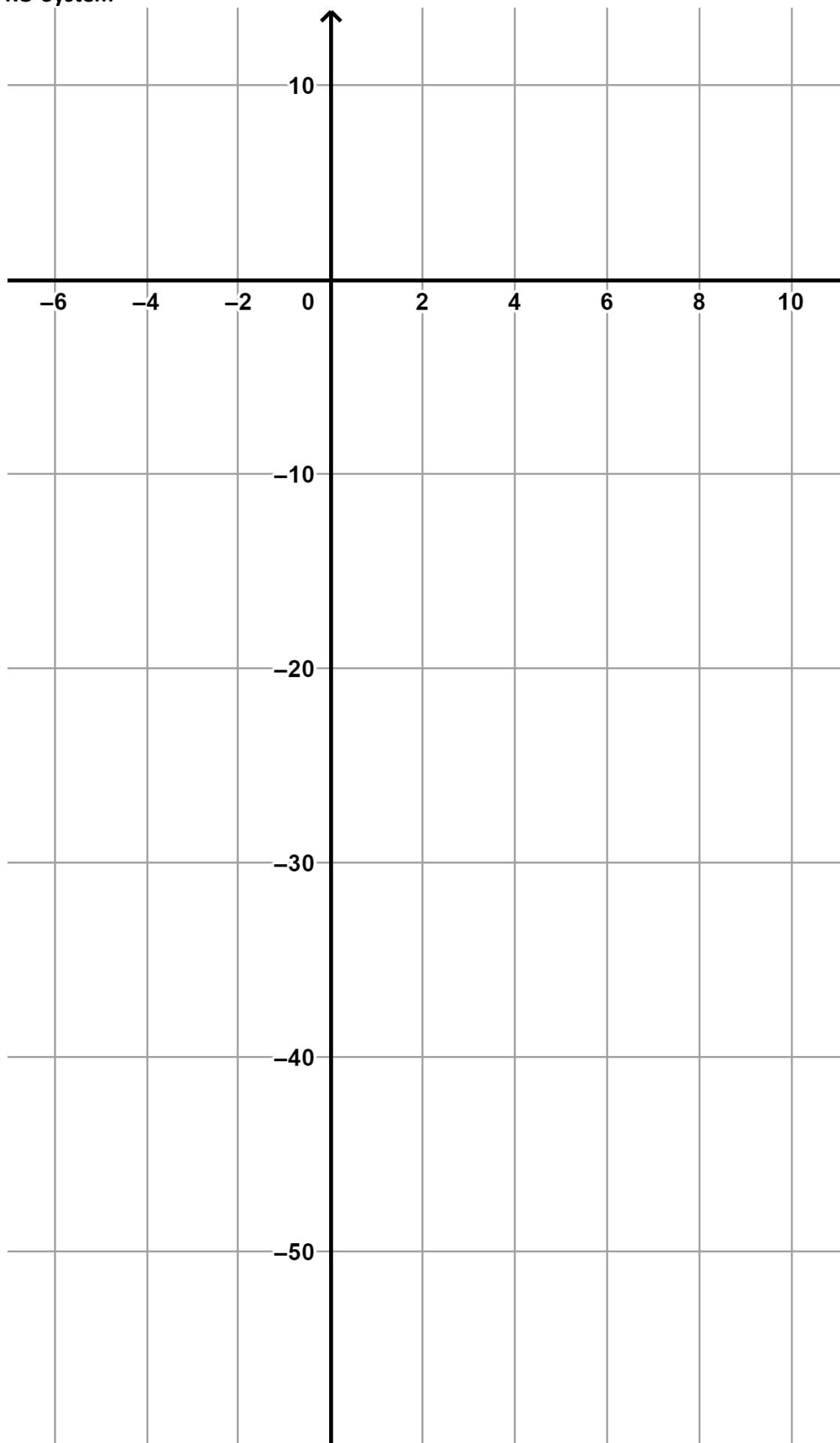
Gegeben ist die Funktionenschar $f_k(x) = \frac{1}{k^2}x^3 - \frac{3}{k}x^2$ mit $x \in \mathbb{R}$ und $k > 0$

- a) Untersuchen Sie $f_k(x)$ auf Symmetrie.
- b) Berechnen Sie die Nullstellen der Funktionenschar $f_k(x)$
- c) Zeigen Sie, dass die 2. Ableitung folgende Form haben kann: $f_k''(x) = \frac{6}{k^2}(x-k)$
- d) Bestimmen Sie Lage und Art der Extrempunkte der Scharkurven.
- e) Begründen Sie, dass die Ortskurven der Wendepunkte und der Extrema identisch sind.
- f) Für welche Werte des Parameters k verläuft der Graph der Funktion durch den Punkt $P(5 | -10)$?
- g) Erläutern Sie, warum die Funktion mit ihrer 1. Ableitung für alle $k > 0$ immer genau drei Schnittpunkte hat.

Sei für die folgenden Fragestellungen $k = 2$:

- h) Welche Steigung besitzt die Funktion an der Stelle $x = -2$?
- i) Bestimmen Sie die beiden Tangenten an den Stellen der Funktion mit der Steigung $m = 9$.
- j) Skizzieren Sie den Verlauf des Graphen der Funktion und die Tangenten mit der Steigung $m = 9$ in das KO-System in der Anlage.

Anlage: KO-System



Teil 1:

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades geht durch den Punkt $P(0 | 11)$.

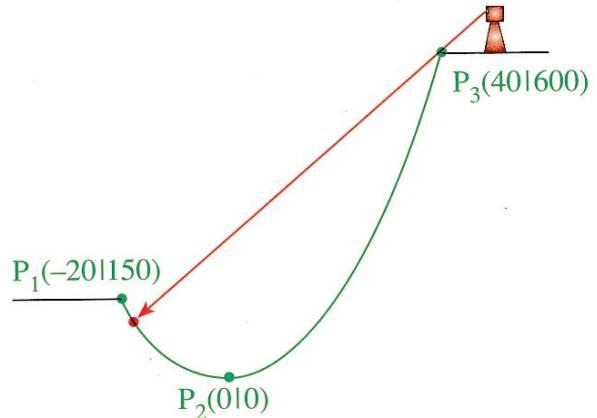
Die Wendetangente im Wendepunkt $W(1 | 0)$ ist parallel zur Geraden $f(x) = -12x$.

Bestimmen Sie den Funktionsterm.

Teil 2:

Eine Talsenke hat die Form einer quadratischen Parabel.

Beschreiben Sie den Verlauf der Senke durch eine geeignete quadratische Funktion.

**Zusatzaufgabe [5]:**

5 m vom rechten Rand der Senke wird ein

45 m hoher Aussichtsturm gebaut.

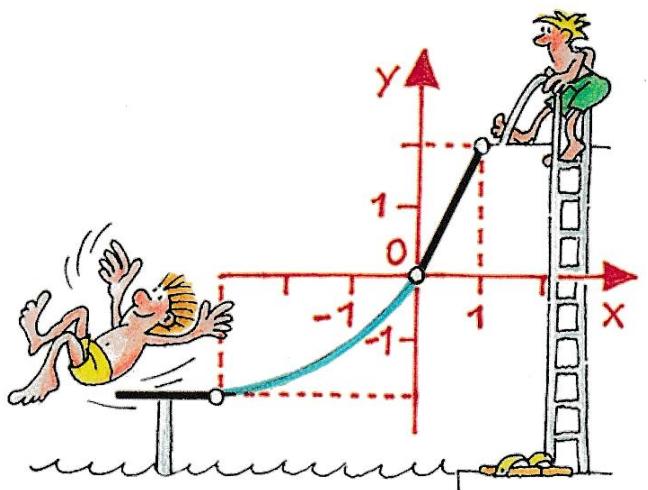
Bis zu welchem Punkt ist die Senke von oben einsehbar?

Teil 3:

Aus drei Blechteilen soll eine Rutschbahn für das Badeparadies Plantschi entsprechend der Abbildung zusammengesetzt werden.

Für das gebogene Stück, das ohne Knick an die geraden Teile anschließt, soll ein Konstruktionsplan erstellt werden.

Bestimmen Sie die Gleichung der Polynomfunktion 3. Grades, deren Graph passend geformt ist.



Teil 1: Produkte und Summen

Die Zahl 60 soll so in zwei Summanden zerlegt werden, dass das Produkt aus dem ersten Summanden und dem Quadrat des zweiten Summanden maximal wird.

Welche Werte haben die beiden Summanden?

Teil 2: Flächenmaximierung

Gegeben ist die Funktion $f(x) = (x-3)^2 + 2,5$

Betrachtet werden sollen nun alle achsenparallele Rechtecke mit dem Ursprung als Eckpunkt und einem Punkt auf dem Graphen von $f(x)$ als gegenüberliegendem Eckpunkt.

- a) Der Definitionsbereich soll wie folgt lauten:

$$D = (0; x_{\text{Minimum}}]$$

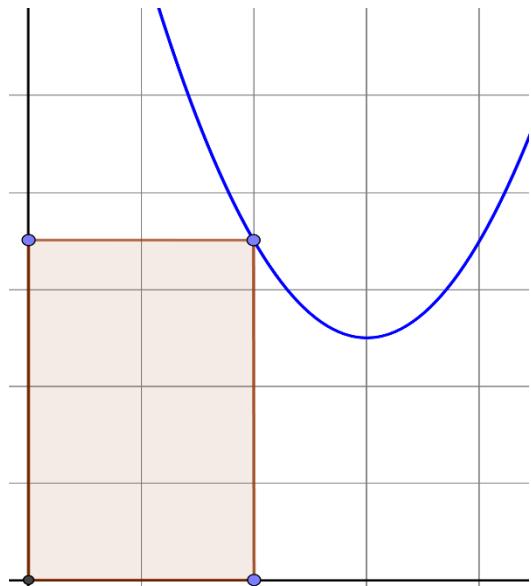
Begründen Sie, weshalb die Untergrenze des Def.-Bereichs offen sein sollte.

Berechnen Sie die Obergrenze des Def.-Bereichs.

- b) Erläutern Sie, dass für die Zielfunktion gilt: $a(x) = x^3 - 6x^2 + \frac{23}{2}x$

- c) Berechnen Sie die Seitenlänge desjenigen Rechtecks, dessen Fläche maximal wird.
Prüfen Sie, soweit sinnvoll, die Randbedingung(en).

Geben Sie die Maßzahl des maximalen Flächeninhalts A_{max} an.



Wählen Sie aus den beiden folgenden Aufgaben 4 und 5 genau eine aus und bearbeiten Sie diese komplett. Eine jeweilige Teilauswahl aus beiden Aufgaben ist nicht zulässig!

Aufgabe 4: Ableitungen – Funktionen – Stammfunktionen - Integralrechnung 25 [6 – 4 – 6 – 9]

Füllen Sie die Tabelle aus:

Aufg.	1. Ableitung $f'(x)$	Funktion $f(x)$	Stammfunktion $F(x)$
a)		$f(x) = 3x^2 - x$	
b)			$F(x) = \frac{2}{x^2} - x^5$
c)	$f'(x) = \frac{5}{2}x^4 + 4x^2$		

- d) Berechnen Sie den Integralwert und den Flächeninhalt A den der Graph der Funktion

$$f(x) = x^2 - 3x \text{ im Intervall } [-2 ; 3] \text{ mit der x-Achse einschließt.}$$

Erläutern Sie, warum Sie [hoffentlich 😊] zwei verschiedene Ergebnisse erhalten.

Aufgabe 5: Trigonometrische Funktionen 25 [10 – 9 – 6]

Gegeben sei die Funktion f mit $f(x) = \sin(2(x-1)) - 1$.

K sei der zugehörige Graph.

- a) Geben Sie die allgemeine Sinusfunktion an und beschreiben Sie den Einfluss der Parameter a, b, c und d auf den Graphen der Funktion anhand der Funktion f.
- b) Berechnen Sie alle Nullstellen. Geben Sie die Nullstellen im Intervall $[0; 2\pi]$ an.
- c) Zeichnen Sie den Graphen K im Intervall $[0; 2\pi]$

Verwenden Sie auf der x-Achse einen Maßstab mit der Längeneinheit $4/\pi$ cm ,

d.h. π wird bei 4 cm eingetragen.

Viel Erfolg!!!