

12. Jgst.

1. Test

Datum: 03.09.2019

Kurs M LK 2

Fach: Mathematik (Leistungsfach)

Thema: Ableitungen; Tangenten & Normalen;
Ganzrat. Fkt. mit Parameter; Ortskurve

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Name:

Punkte:

Note:

Aufgabe 1: Ableitungen

12

Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung zu folgenden Funktionen und vereinfachen Sie so weit wie möglich, so dass nur positive Exponenten resultieren.

$$\text{a) } f_k(x) = \frac{1}{2}k^4x^n \quad \text{b) } f(x) = \frac{x^4 - 4x^3}{x^2} \quad \text{c) } f_k(x) = \frac{k^2}{2 \cdot x^n} \quad \text{d) } f_k(x) = \frac{k^2}{\sqrt{x}}$$

Aufgabe 2: Ortskurven

4

Eine Funktion besitzt im Punkt $P\left(\frac{1}{2}k \mid \frac{1}{8}k^2 - \frac{1}{4}k\right)$ ein Minimum.

Berechnen Sie die Ortskurve der Minima.

Aufgabe 3: Kurvenuntersuchung

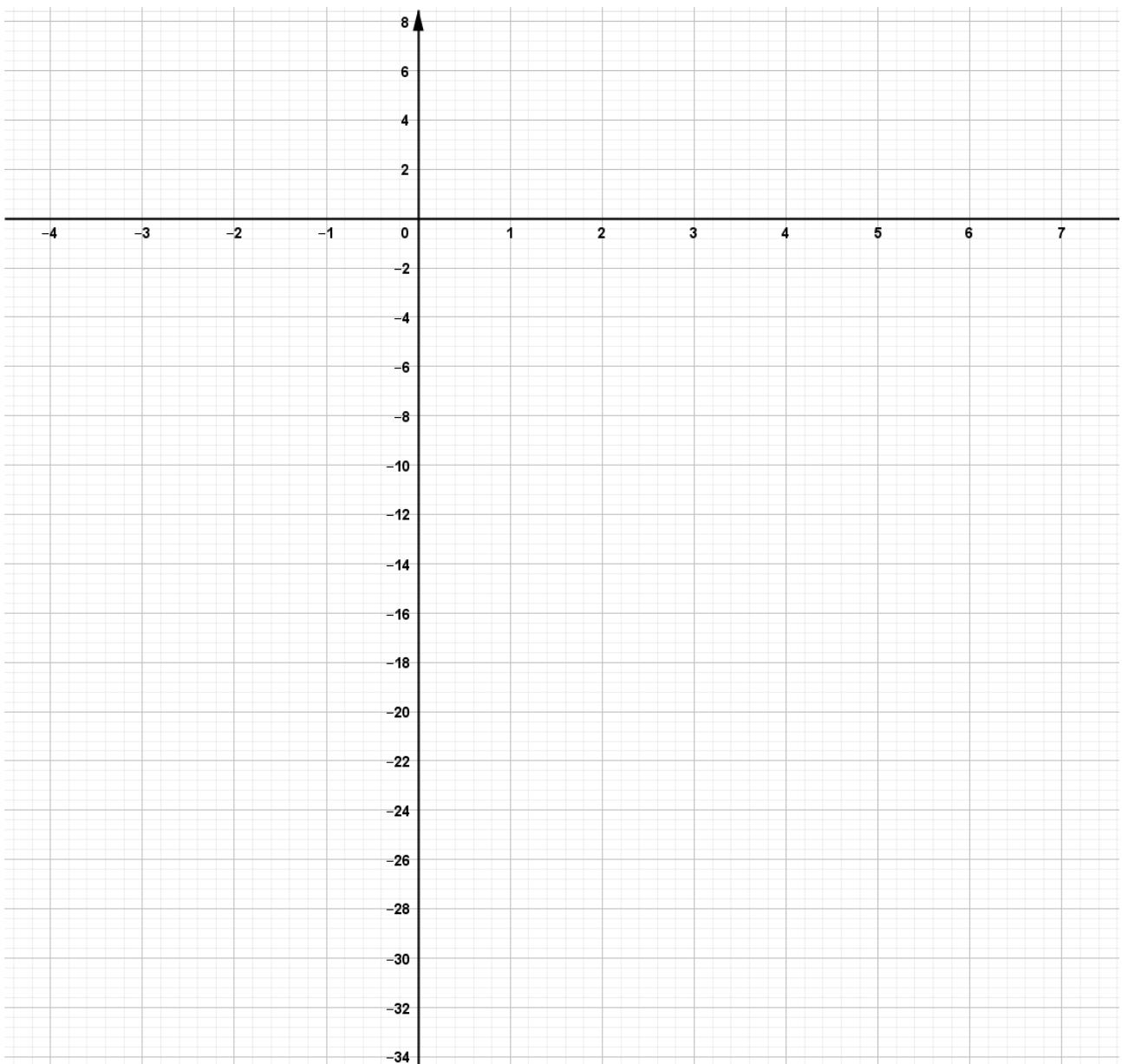
34

Gegeben sei folgende Funktion: $f_t(x) = x^3 - 3tx^2$ mit $t > 0$

- Untersuchen Sie die Funktion auf Nullstellen.
- Zeigen Sie, dass die Funktion immer genau zwei Extrema besitzt und bestimmen Sie diese.
- Bestimmen Sie den Wendepunkt und begründen Sie, weshalb dieser die Strecke zwischen Hoch- und Tiefpunkt halbiert.
Wie lang ist die Strecke?
- Für welchen Wert von t liegt das Minimum an der Stelle $x = 4$?
- Ermitteln Sie den Wert von t für den gilt:
Der Graph von f an der Stelle $x = 2$ ist parallel zur Ursprungsgeraden $y = 4x$?
- Zeichnen Sie die Funktion für $t = 1$ und $t = 2$ in nebenstehendes KO-System.

Es gelte nun: $t = 1$

- Bestimmen Sie die Tangenten- und Normalengleichung in $P(t \mid -2t^3)$



Zusatzaufgabe:

4

Erläutern Sie die Begriffe notwendige und hinreichende Bedingung eines lokalen Extremums einer Funktion.