12. Jgst.	1. Test	Datum: 24.09.2021
Kurs M LK	Fach: Mathematik (Leistungsfach)	

Thema: **Summenzeichen; Ganzrat. Kurvenscharen; Ortskurve; Ableitungen**

Name:	
Punkte:	Note:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Aufgabe 1: **Summenzeichen** **18**

Schreiben Sie die Summen ohne das Summenzeichen und bilden Sie die Summanden

a) $\sum_{k=0}^{5} k^2 =$

b) $\sum_{k=1}^{4} (-1)^k \frac{1}{k} =$

Schreiben Sie die Summen mit Hilfe des Summenzeichens

c) $1+3+5+7+\ldots+151+153+155 =$

d) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{16}+\ldots+\frac{1}{512}-\frac{1}{1.024} =$

Zusatzaufgabe: **6**

Fassen Sie die beiden Summen zusammen durch eine geeignete Indexverschiebung:

$$\sum_{k=2}^{101} k^2 + \sum_{k=1}^{100}\left(k^2+2k\right) =$$

Aufgabe 2: **Ableitungen**

12	

Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung zu folgenden Funktionen und vereinfachen Sie so weit wie möglich, so dass nur positive Exponenten resultieren.

a) $f_k\left(x\right)=\frac{1}{2}k^4x^n$

b) $f_k\left(x\right)=\frac{x^3+k^2}{x}$

c) $f_k\left(x\right)=\frac{k^2}{x^n}$

40	

Aufgabe 3: **Kurvenuntersuchung**

Gegeben sei folgende Funktion: $f_k\left(x\right) \quad = \quad x^3-\left(k+1\right)x \quad mit\ k>0$

a) Untersuchen Sie die Funktion auf Nullstellen.

b) Zeigen Sie, dass die Funktion immer genau zwei Extrema besitzt und bestimmen Sie die Extremwert**stellen**.

c) Bestimmen Sie die Ortskurve der Extrema.

d) Berechnen Sie den Wendepunkt und begründen Sie, weshalb dieser die Strecke zwischen Hoch- und Tiefpunkt halbiert.

e) Wie lang ist die Strecke zwischen Hoch- und Tiefpunkt **für k = 2**?

f) Für welchen Wert von k liegt das Minimum an der Stelle x = 2?

g) Ermitteln Sie den Wert von k für den gilt:
Der Graph von f an der Stelle x = 2 ist parallel zur Ursprungsgeraden y = 8x?

h) Zeigen Sie, dass der Graph von f für verschiedene Werte von k immer genau einen gemeinsamen Punkt besitzt.

i) Für welche beiden Werte von k, sind die Kurvenscharen hier gezeichnet?
Begründen Sie Ihre Behauptung

4	

Zusatzaufgabe:

Erläutern Sie die Begriffe notwendige und hinreichende Bedingung eines lokalen Extremums einer Funktion.