

Thema: Stochastik – Baumdiagramm/Pfadregeln;
ZE/Ereignisse; Bed. W'keit; Vierfeldertafel;
Erwartungswert; Totale W'keit/Bayes

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

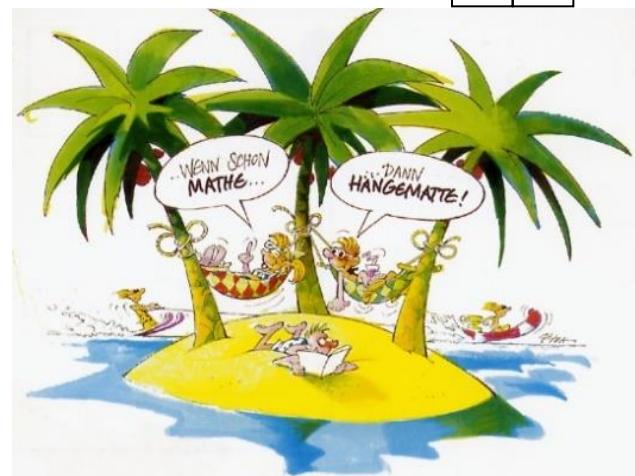
Name:	
Punkte:	Note:

Aufgabe 1: Mengen und Venn-Diagramme

Teil I: Kreuzen Sie die **richtige** Antwort an:

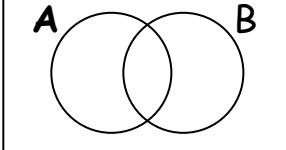
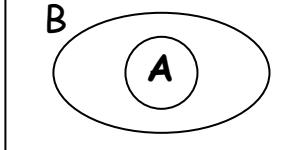
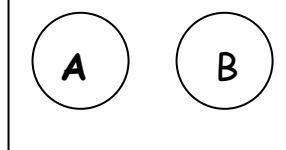
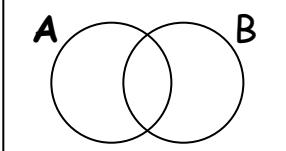
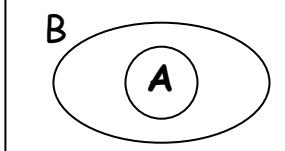
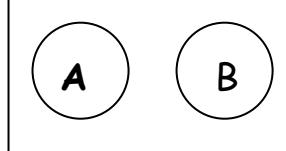
1. Für ein Laplace-Experiment gilt immer:

- () Es hat genau zwei Ausgänge.
- () Sind A und B Elementarereignisse eines Laplace-Experiments, dann gilt: $P(A) = P(B)$
- () Alle Ereignisse eines Laplace-Experiments haben die gleiche Wahrscheinlichkeit.
- () Ist E ein Elementarereignis, dann ist $P(E) = 1$.
- () Ist $P(E) = 0,5$ dann muss E ein Elementarereignis sein.
- () Keine der vorstehenden Antworten ist richtig.



Teil II: Ereignisse in Venn-Diagrammen

Schraffieren Sie jeweils in den folgenden drei Diagrammen die Ereignisse:

$A \cup \overline{B}$			
$\overline{A} \setminus B$			

Teil III: Mengendiagramme & Mengenlehre

Ein Würfel wird einmal geworfen. Die Ereignisse sind wie folgt:

$A = \{ \text{„die Augenzahl ist kleiner als 3“} \}$ und $B = \{ \text{„die Augenzahl ist ungerade“} \}$

Ermitteln Sie nun die folgenden verknüpften Ereignisse:

a) $A \cap B$

b) $A \cup B$

c) $A \cap \overline{B}$

Teil IV: Ergebnismengen und Wahrscheinlichkeiten I**8****Gegeben sei eine Ergebnismenge: $\Omega = \{1; 2; 3; 4\}$** **Berechnen Sie die fehlenden Wahrscheinlichkeiten:**

a) $P(1)$ wenn gilt: $P(2) = \frac{1}{2}; P(3) = \frac{1}{4}; P(4) = \frac{1}{12}$

b) $P(1)$ und $P(2)$ wenn gilt: $P(3) = \frac{1}{5}; P(4) = \frac{1}{8}; P(1) = 2 \cdot P(2)$

Teil V: Ergebnismengen und (bedingte) Wahrscheinlichkeiten II**9****Für zwei Ereignisse A und B gelten folgende Wahrscheinlichkeiten:**

$$P(A) = \frac{7}{16}, \quad P(B) = \frac{1}{4} \quad \text{und} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

Berechnen Sie hieraus die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

a) $P(A \cup B)$ b) $P(\bar{A})$ c) $P_A(B)$

Aufgabe 2: Rechnen und Beweisen**18****Bearbeiten Sie die Fragestellungen mit Begründung bzw. mathematischer Beweisführung.****Teil I: Berechnen Sie folgende Ausdrücke:**

a) $\frac{102!}{100!}$ b) $\frac{(n+2)!}{(n-1)!}$

Teil II: Beweisen Sie folgende Gleichungen:

(i) $P_B(A \cup B) = 1$ (ii) $P_\Omega(A) = P(A)$

Teil III: Bestimmen Sie den Wert für

(i) $P_A(A) = ???$ (ii) $P_{\bar{A}}(A) = ???$

Aufgabe 3: Zufallsexperimente und Ereignisse**15****Zwei achtseitige Würfel mit den Ziffern 1 bis 8 werden gleichzeitig geworfen.****Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt man dabei**

- a) einen Pasch?
- b) ein Produkt der Augenzahlen von höchstens 5?
- c) Zwei verschiedene Augenzahlen?
- d) eine Summe der Augenzahlen von größer als 14

Aufgabe 4: Kombinatorik**14**

Teil I: Im Lokal „Zur fetten Henne“ stehen für ein Festmenü 4 Vorspeisen, 3 Zwischengerichte, 10 Hauptspeisen und 5 Desserts zur Auswahl.

Wie viele Kombinationen aus je einer Vorspeise, einem Zwischengericht, einer Hauptspeise und einem Dessert können gebildet werden?

Teil II: Bei einer Familienfeier im Lokal „Zur fetten Henne“ stößt jeder Gast mit jedem anderen Gast einmal mit einem Sektglas an. Insgesamt wurde **3.081 Mal** angestoßen. Ermitteln Sie mit mathematischen Methoden, wie viele Gäste an der Familienfeier teilnahmen.

Teil III: a) Beim Abfahrtslauf starten 10 Skiläufer. Wie viele verschiedene Startfolgen sind möglich, wenn die 4 besten Läufer in der Gruppe A starten und 6 übrigen in Gruppe B?

Der Kilometerzähler eines Pkw. hat 5 Stellen. Wie viele Möglichkeiten gibt es, ...

- b) ... insgesamt?
- c) ... dass alle Stellen verschieden sind?

Aufgabe 5: Pfadregel und Baumdiagramm I**20**

Gegeben ist das folgende Baumdiagramm zu den Ereignissen C und D:

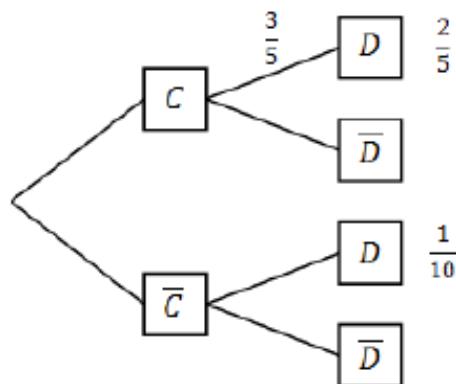
a) Ergänzen Sie die fehlenden Werte des Baumdiagramms.

b) Berechnen Sie $P(\bar{D})$.

c) Beweisen Sie die Behauptung:

Die Ereignisse C und D sind voneinander abhängig.

d) Wie muss der Zahlenwert 0,1 geändert werden, damit die Ereignisse C und D stochastisch unabhängig sind?

**Aufgabe 6: Pfadregel und Baumdiagramm II****5**

Ein elektronisches Gerät ist aus 10 Elementen zusammengesetzt, die unabhängig voneinander mit der Wahrscheinlichkeit p arbeiten.

Ist mindestens ein Element defekt, dann arbeitet das Gerät bereits nicht mehr.

Wie groß muss p mindestens sein, damit das Gerät mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von mindestens 90 % funktioniert?

Aufgabe 7: Pfadregel und Baumdiagramm III**15**

In einer Packung sind 10 Glühlampen, davon sind zwei defekt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse, wenn drei Glühlampen "blind" ohne Zurücklegen herausgegriffen werden?

- a) A: „Alle drei Glühlampen sind in Ordnung.“
- b) B: „Mindestens eine Glühlampe ist defekt.“

Nun ist die Anzahl der defekten Glühbirnen der 10er-Packung nicht bekannt.

Untersucht wird das Ereignis C: „Genau zwei Glühlampen sind defekt.“

c) Analysieren den Ansatz und erklären Sie, was in diesem Zusammenhang die Variable x darstellt:

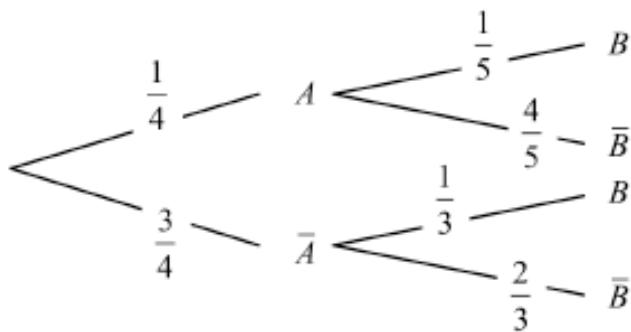
$$P(C) = 3 \cdot \frac{x}{10} \cdot \frac{x-1}{9} \cdot \frac{10-x}{8}$$

d) Wie viele Lampen müssten mindestens defekt sein, damit bei Ereignis C ein Ergebnis von mindestens $4/15$ entsteht?

Aufgabe 8: Vierfeldertafel und Baumdiagramm => Bedingte Wahrscheinlichkeit I

Gegeben ist folgendes Baumdiagramm:

20



- a) Schreiben Sie das Diagramm auf mit absoluten Zahlen bei einer Gesamtversuchszahl von $N = 1.200$.
b) Erstellen Sie auf der Basis der Wahrscheinlichkeiten des Baumdiagramms eine Vierfeldertafel.

	B		Σ
A			
Σ			1

- c) Bestimmen Sie das umgekehrte Baumdiagramm.

Aufgabe 9: Tablets im Test**26**Der vollgeladene Akku eines Tablets **hält im Durchschnitt 300 Minuten**.

Der Akku-Leistungstest von 100 Tablets ist nachfolgend tabellarisch dargestellt:

Anzahl	7	14	0,1k	k	25	10
Akku-Laufzeit	240	250	270	???	320	330
Wahrscheinlichkeit						

- Ermitteln Sie den Wert für k, die fehlende Akku-Laufzeit in der Tabelle und die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann man mindestens 5 Stunden mit dem Tablet arbeiten, ohne es zwischendurch am Stromnetz anschließen zu müssen.
- Welche Mindest-Akku-Laufzeit könnte mit 93% Wahrscheinlichkeit garantiert werden?

Die Akku-Module wurden in verschiedenen Ländern hergestellt.

China: 40 % - Indien: 25 % - Thailand: 30 % - Myanmar: Rest

Allerdings ist die Verarbeitung bei den Hersteller-Ländern von unterschiedlicher Qualität, so dass nicht alle Produkte verkauft werden können.

Die Quote der Fehlerhaftigkeit in den einzelnen Ländern ist wie folgt:

China: 8 % - Indien: 10 % - Thailand: 9 % - Myanmar: 12 %

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Produkt einwandfrei?
 - Bei der Qualitätskontrolle wird ein fehlerhafter Akku gefunden.
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt er aus **Indien oder Myanmar**?
- Wie hoch darf die Fehlerquote der Produktion in Thailand höchstens sein, damit die Produkte in ihrer Gesamtheit zu 93 % fehlerfrei sind?



Zusatzfragen:
Wo liegt Myanmar,
wie lautet die Hauptstadt
und
welches war der
ehemalige Staatenname?

Zusatzaufgabe: **Erwartungswert**

6

Wie groß ist der Winkel α zu wählen, damit der Erwartungswert 4,50 € beträgt?

