13. Jgst.	3. Test	Datum: 30.11.2022
Kurs M LK	Fach: Mathematik (Leistungsfach)	

Thema: Binomialverteilung; σ-Intervalle

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Name:	
Punkte:	Note:

Aufgabe 1:

16	

Die Erfolgsrate für eine Ölbohrung beträgt 16 %.

a) An einem Ort werden drei Bohrungen durchgeführt.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit stößt man auf Öl?

Lösung: $$B_{3;0,16}(X \geq 1) = 1 - B_{3;0,16}(X = 0) = 1 - \binom{3}{0} \cdot 0{,}16^0 \cdot 0{,}84^3 = 0{,}4073$$

b) Erklären Sie, welche Bedeutung die Rechnung in diesem Zusammenhang hat.

$$\binom{7}{2} \cdot 0{,}16^2 \cdot 0{,}84^5 \approx 0{,}2248$$

Lösung:

Die Wahrscheinlichkeit von 0,2248 liegt vor, um bei 7 Bohrversuchen zwei erfolgreiche Öl-Bohrungen zu erhalten.

c) An fünf Orten werden je drei Bohrungen durchgeführt.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet man an **mehr als drei** Orten Öl?

Lösung:

$$B_{5;0,4073}(X \geq 4) = B(X = 4) + B(X = 5)$$

$$B_{5;0,4073}(X \geq 4) = \binom{5}{4} \cdot 0{,}4073^4 \cdot 0{,}5927 + \binom{5}{5} \cdot 0{,}4073^5 \cdot 0{,}5927^0$$

$$B_{5;0,4073}(X \geq 4) = 0{,}08156 + 0{,}01121 = 0{,}09277$$

d) Wie oft muss eine Probebohrung durchgeführt werden, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 90 % mindestens zwei Bohrungen auf Öl stoßen?

Lösung:

$$B_{n;0,16}(X \geq 2) \quad \geq \quad 0{,}9$$

$$\rightarrow \quad 1 - B_{n;0,16}(X \leq 1) \quad \geq \quad 0{,}9 \quad \rightarrow \quad B_{n;0,16}(X = 1) + B_{n;0,16}(X = 0) \quad \leq \quad 0{,}1$$

$$\rightarrow \quad \binom{n}{1} \cdot 0{,}16^1 \cdot 0{,}84^{n-1} + 0{,}84^n \quad \leq \quad 0{,}1 \quad \rightarrow \quad n \geq 22{,}82 \quad \rightarrow \quad n \geq 23\left[\mathit{Bohrversuche}\right]$$

6	

Aufgabe 2:

Silke lernt mit einem Computerprogramm Vokabeln und hat dabei eine Erfolgsquote von 93 %.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kennt sie von 35 Vokabeln vier nicht?

Lösung: $$B_{35;0,07}(X=4)=\binom{35}{4}\cdot 0,07^4\cdot 0,93^{31}=0,1325$$

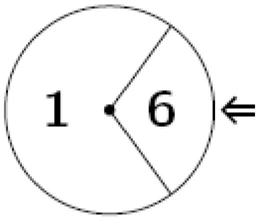
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die 35. Vokabel **die vierte**, die sie nicht kennt?

Lösung: $$B_{34;0,07}(X=3)\cdot 0,07=\binom{34}{3}\cdot 0,07^3\cdot 0,93^{31}\cdot 0,07=0,01514$$

28	

Aufgabe 3:

Das abgebildete Glücksrad zeigt die Ziffern 1 bzw. 6 mit der Wahrscheinlichkeit 0,7 bzw. 0,3 an. Es ist so konstruiert, dass der Zeiger niemals genau auf der Trennlinie zwischen zwei Sektoren stehenbleibt.



a) Das Glücksrad wird 100-mal gedreht. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

A: Die Ziffer 6 erscheint höchstens 25 Mal.

Lösung: $$B_{100;0,3}(X\le 25)=\sum_{X=0}^{25}\binom{100}{X}\cdot 0,3^X\cdot 0,7^{100-X}=0,1631$$

B: Es erscheinen mehr Einsen als Sechsen.

Lösung:
$$B_{100;0,7}(Y\ge 51)=\sum_{Y=51}^{100}\binom{100}{Y}\cdot 0,7^Y\cdot 0,3^{100-Y}=0,9999\quad oder$$
$$B_{100;0,3}(X\le 49)=\sum_{X=0}^{49}\binom{100}{X}\cdot 0,3^X\cdot 0,7^{100-X}=0,9999$$

C: Die Ziffer 1 erscheint mindestens doppelt so oft wie die 6.

Lösung:
$$B_{100;0,7}(Y\ge 67)=\sum_{Y=67}^{100}\binom{100}{Y}\cdot 0,7^Y\cdot 0,3^{100-Y}=0,7793\quad oder$$
$$B_{100;0,3}(X\le 33)=\sum_{X=0}^{33}\binom{100}{X}\cdot 0,3^X\cdot 0,7^{100-X}=0,7793$$

D: Die Ziffer 1 erscheint sowohl bei den ersten 50 Drehungen als auch bei den restlichen 50 Drehungen jeweils mindestens 35 Mal.

Lösung:
$$B_{50;0,7}(X\ge 35)\cdot B_{50;0,7}(X\ge 35)=\sum_{X=35}^{50}\binom{50}{X}\cdot 0,7^X\cdot 0,3^{50-X}\cdot\sum_{X=35}^{50}\binom{50}{X}\cdot 0,7^X\cdot 0,3^{50-X}$$
$$=\ 0,5692\cdot 0,5692\ =\ 0,324$$

b) Das Glücksrad wird nun 50-mal gedreht. Bestimmen Sie das 2σ-Intervall für „6“.

Lösung:

$$\mu \quad = \quad n \cdot p \quad \rightarrow \quad \mu \quad = \quad 50 \cdot 0,3 \quad = \quad 15$$

$$\rightarrow \quad \sigma^2 \quad = \quad n \cdot p \cdot (1-p) \quad \rightarrow \quad \sigma^2 \quad = \quad 15 \cdot 0,7 \quad = \quad 10,5$$

$$\rightarrow \quad \sigma \quad = \quad \sqrt{10,5} \approx 3,24 \quad \rightarrow \quad 2\sigma - Intervall: \quad [15 \pm 6,48] \quad = \quad [8;22]$$

c) Der Sektor für die „6“ wird verändert.

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für diesen Sektor, wenn bei 20 Drehungen 4 mal die 6 mit einer Wahrscheinlichkeit von 18,97 % vorliegt?

Lösung:

$$B_{20;p}(X=4) = \binom{20}{4} \cdot p^4 \cdot (1-p)^{16} = 0,1897$$

$$\rightarrow \quad p = 0,25 [Startwert: p = 0,3]$$

$$\rightarrow \quad p = 0,155 [Startwert: p = 0,2]$$