

13. Jgst.

5. Test

Datum: 03.02.2023

Kurs M LK

Fach: Mathematik (Leistungsfach)

**Thema: e-Funktionen (Differential- & Integralrechnung)
Mit und ohne Scharparameter**

Name:

Bitte geben Sie Ansätze und Rechenwege an!

Punkte: Note:

6

Aufgabe 1: Steigung

Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion

$$f(x) = \frac{3x}{e^{2x}} \text{ an der Stelle } x = 1.$$

17

Aufgabe 2: Kurvenuntersuchung (innermathematisch)

$$\text{Untersuchen Sie die Funktion } f_k(x) = \left(k - \frac{1}{2}x \right) \cdot e^x \text{ mit } k > 0$$

a) Berechnen Sie Schnittstellen mit den Koordinatenachsen.

b) Zeigen Sie, dass die 2. Ableitung folgende Form annehmen kann:

$$f_k''(x) = e^x \cdot \left(-1 + k - \frac{1}{2}x \right)$$

c) Wie lauten die Extrema der Scharkurve?

In einer großen Stadt breitet sich eine Viruserkrankung aus.

Die momentane Erkrankungsrate wird modellhaft beschrieben durch die Funktion

$$f(t) = 100t^2 \cdot e^{-0,5t} \quad \text{mit } t \geq 0$$

Dabei ist t die Zeit in Wochen seit Beobachtungsbeginn und $f(t)$ die Anzahl der **Neuerkrankungen pro Woche**.

- a) In welcher Woche erkranken die meisten Personen neu? Wie viele sind dies?
Belegen Sie hinreichend.

- b) Erläutern Sie mit mathematischen Mitteln, dass die Erkrankungsrate nach der 4. Woche rückläufig ist. (\Rightarrow Monotonie/L'Hospital?!)

- c) Nehmen wir an, dass die Stammfunktion folgende Form annehmen kann:

$$F(t) = \frac{-200(t^2 + 4t + 8)}{e^{0,5t}}$$

Zeigen Sie, dass dies tatsächlich eine Stammfunktion zu $f(t)$ ist.

- d) Wie viele Personen erkranken in den ersten 10 Wochen insgesamt?

- e) Zeigen Sie, dass die durchschnittliche Anzahl der Neuerkrankungen pro Woche während der ersten 10 Wochen bei ca. 140 Personen liegt.

- f) Begründen Sie dass die Gesamtsumme der Neuerkrankungen über den kompletten Beobachtungszeitraum den Wert 1600 nicht übertreffen wird.