

Abiturprüfung Mathematik 2008 (Baden-Württemberg)
Berufliche Gymnasien ohne TG – Anwendungsorientierte Aufgabe
Teil 3, Aufgabe 2

2

Zur Senkung des Blutdrucks wird der Betablocker Propranolol eingesetzt. Dieses Medikament kann intravenös (d.h. durch Einspritzen in eine Vene) oder in Tablettenform verabreicht werden.

In zwei Experimenten wurde die Konzentration c des Wirkstoffes im Blut während 24 Stunden gemessen.

c wird dabei in $\frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ (Nanogramm pro Milliliter) angegeben.

2.1

Im ersten Experiment wurde die intravenöse Verabreichung untersucht. Bei dieser Anwendung wird der Wirkstoff in ca. 6 Minuten gleichmäßig im Blut verteilt. Dabei ergab sich folgender Auszug aus der Messtabelle für die Wirkstoffkonzentration c_1 .

Zeit t in Stunden nach Verabreichung	1,5	2,0	3,0	4,0	9,0	12,0	24,0
c_1 in $\frac{\text{ng}}{\text{ml}}$	39,9	35,9	30,4	24,8	10,0	5,9	0,6

2.1.1

Stellen Sie diese Daten in einem Koordinatensystem dar. (2 Punkte)

2.1.2

Beschreiben Sie den Verlauf der Konzentration näherungsweise durch eine Exponentialfunktion.

Wie groß ist in dieser Näherung die Konzentration des Medikamentes 6 Minuten nach der Verabreichung ?

Bestimmen Sie die Zeit, die es dauert, bis nur noch die Hälfte des Medikamentes im Blut ist. (6 Punkte)

2.2

Im zweiten Experiment wurde der Verlauf der Wirkstoffkonzentration untersucht, nachdem das Medikament in Tablettenform verabreicht wurde.

Die Analyse der Messtabelle ergab, dass die Konzentration sehr gut durch die Funktion c_2 mit

$$c_2(t) = 92(e^{-0,18t} - e^{-0,53t}) ; t \geq 0$$

beschrieben werden kann. Dabei ist t die Zeit in Stunden nach Verabreichung.

Bestimmen Sie die maximale Konzentration sowie den Zeitpunkt, zu dem diese vorliegt.

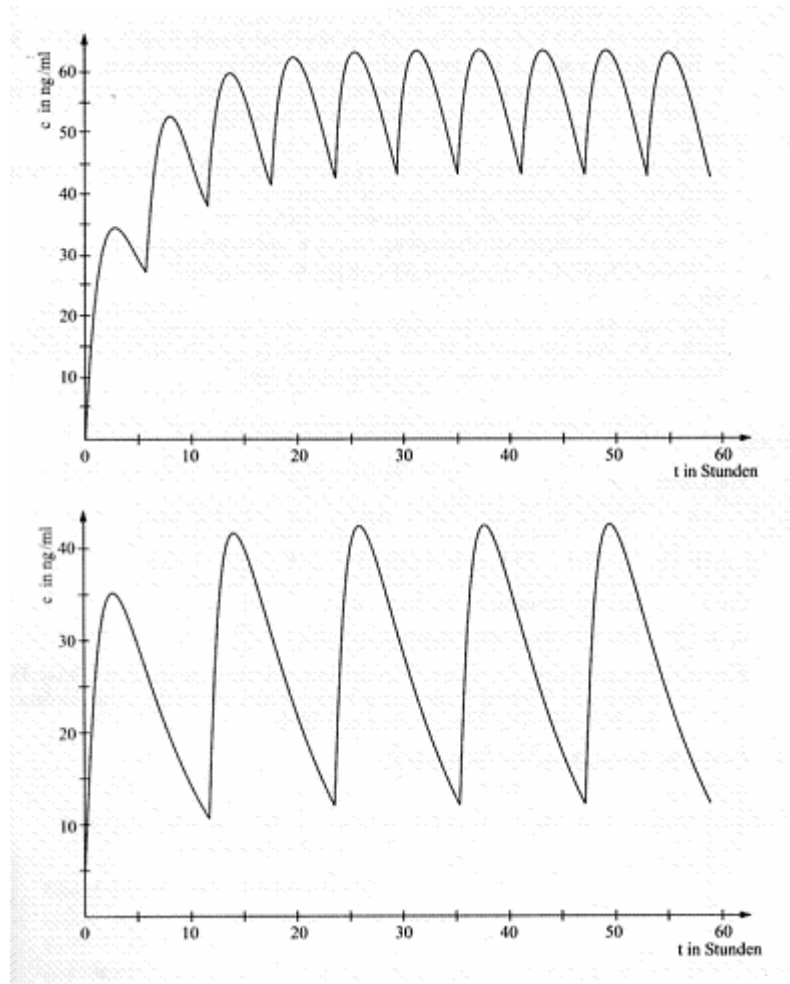
Vergleichen Sie die Konzentrationsdauer der beiden Verabreichungsformen.

(4 Punkte)

2.3

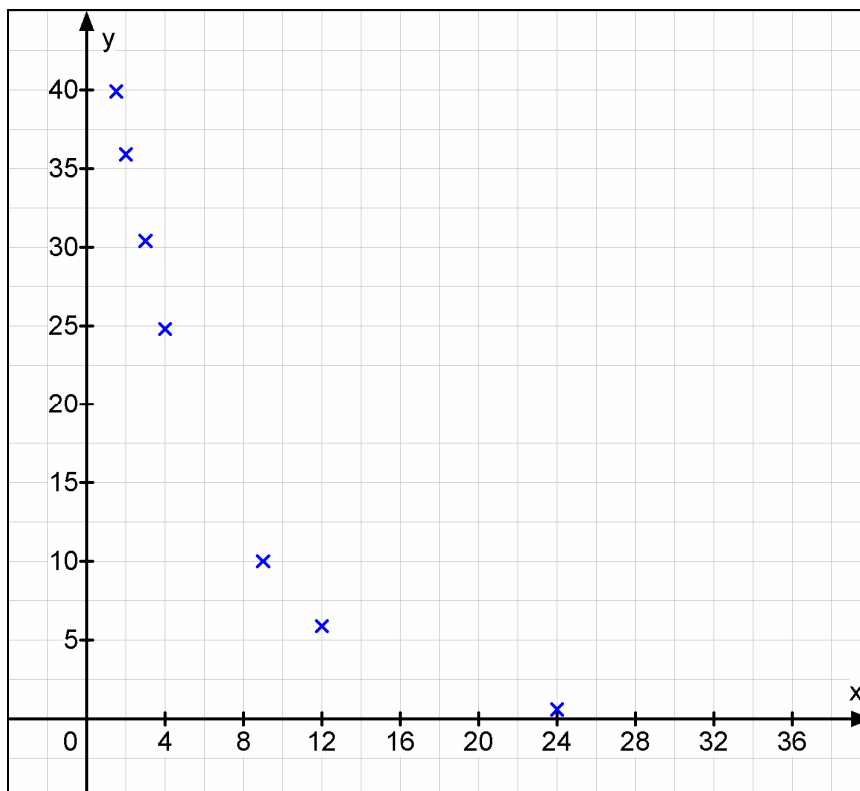
Die folgenden beiden Abbildungen zeigen den Verlauf der Konzentration des Medikamentes, wenn dieses regelmäßig alle 6 bzw. 12 Stunden in Tablettenform verabreicht wird.

Welche Prognose über die Entwicklung der Wirkstoffkonzentration im Blut kann man aus diesen Bildern entnehmen ? (3 Punkte)



Abiturprüfung Mathematik 2008 (Baden-Württemberg)
Berufliche Gymnasien ohne TG – Anwendungsorientierte Aufgabe
Teil 3, Lösung Aufgabe 2

2.1.1



2.1.2

Die Gleichung der Exponentialfunktion kann mit Hilfe des GTR durch Regression ermittelt werden.

L1	L2	L3	2
1.5	39.9	-----	
2	35.9		
3	30.4		
4	24.8		
9	10		
12	5.9		
24	.6		
L2(1)=39.9			

ExpReg
y=a*b^x
a=52.8535829
b=.8304147262

Die Funktionsgleichung lautet somit $c_1(t) = 52,85 \cdot 0,8304^t$

Konzentration nach 6 min: $c_1\left(\frac{1}{10}\right) = 52,85 \cdot 0,8304^{0,1} = 51,87 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ (6 Minuten = 0,1 Stunden !)

Halbwertszeit: Gesucht ist der Zeitpunkt zu dem noch die Hälfte der Anfangskonzentration, also $0,5 \cdot 52,85 = 26,425 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ vorhanden ist.

$$26,425 = 52,85 \cdot 0,8304^t \Rightarrow 0,5 = 0,8304^t \Rightarrow \ln 0,5 = t \cdot \ln 0,8304 \Rightarrow t = 3,73 \text{ Stunden}$$

(Hinweis: Es wäre auch möglich, die Halbwertszeit erst ab dem Zeitpunkt zu messen, wenn das Medikament komplett im Blut verteilt ist, also nach 6 Minuten)

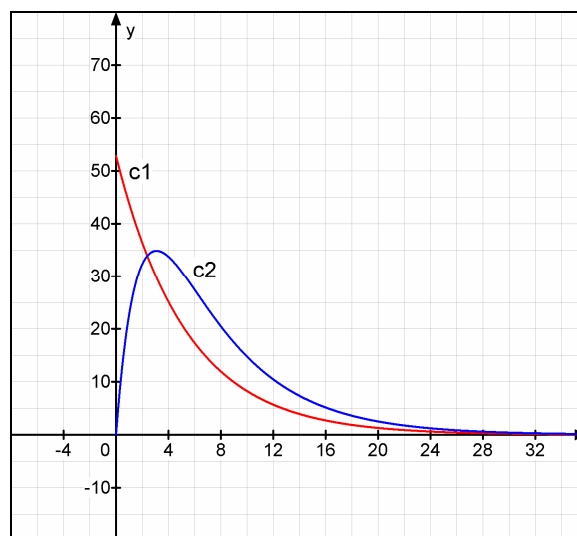
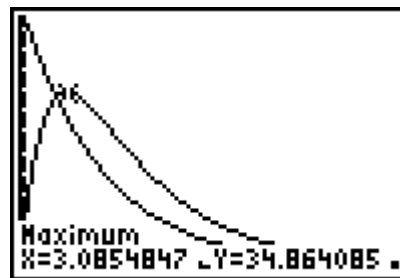
2.2

Die maximale Konzentration der Funktion c_2 ergibt sich mit dem GTR zum Zeitpunkt $t =$

3,09 mit einer Konzentration von $34,86 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$.

Die maximale Konzentration der Funktion c_1 wird kurz nach Verabreichung der Spritze erreicht (wegen der notwendigen Verteilung des Medikamentes im Blut). Für $t = 0,1$ gilt

$$c_1(0,1) = 52 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$$



Intravenös: Maximale Konzentration $52 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ wird sofort nach dem Spritzen erreicht

Tabletten: Maximale Konzentration $34,86 \frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ wird nach ca. 3 Stunden erreicht.

Nach ca. 2,4 Stunden (Schnittpunkt der beiden Schaubilder) ist die Konzentration bei intravenöser Variante niedriger als bei den Tabletten.

2.3

Einnahme alle 6 Stunden:

Nach ca. 24 Stunden setzt sich das Schaubild periodisch fort. Ab diesem Zeitpunkt kann man aus dem Schaubild ablesen, dass die niedrigste Konzentration ca. 42 ng/ml beträgt und die höchste Konzentration ca. 62 ng/ml.

Einnahme alle 12 Stunden:

Auch hier setzt sich nach ca. 24 Stunden das Schaubild periodisch fort. Ab diesem Zeitpunkt kann man aus dem Schaubild ablesen, dass die niedrigste Konzentration ca. 12 ng/ml beträgt und die höchste Konzentration ca. 42 ng/ml.