

Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG)
Hauptprüfung 2011 Teil 4, Wirtschaftliche Anwendungen, Aufgabe 2
Baden-Württemberg

2

In einem Produktionsprozess werden aus den Rohstoffen R_1, R_2 und R_3 drei Zwischenprodukte Z_1, Z_2 und Z_3 hergestellt, aus denen drei Endprodukte E_1, E_2 und E_3 gefertigt werden.

Der Materialfluss in Mengeneinheiten (ME) ist den folgenden Tabellen zu entnehmen:

	Z_1	Z_2	Z_3
R_1	8	9	10
R_2	9	7	10
R_3	7	11	10

	E_1	E_2	E_3
Z_1	1	2	2
Z_2	3	3	1
Z_3	2	0	2

Die Rohstoffkosten in € / ME betragen $\vec{k}_R^T = (0,05 \quad 0,03 \quad 0,04)$, die Fertigungskosten in € / ME der Endprodukte $\vec{k}_E^T = (10 \quad 20 \quad 20)$.

2.1

Im Lager sind 1500 ME von R_1 und 2700 ME von R_2 . Der Rohstoff R_3 ist nicht mehr vorrätig. Von jedem Endprodukt sollen 40 ME hergestellt werden. Wie viele ME der Rohstoffe R_1, R_2 und R_3 müssen beschafft werden, damit von jedem Rohstoff 1000 ME als Reserve übrig bleiben ? (4 Punkte)

2.2

Der Verkaufspreis für je 1 ME der Endprodukte beträgt 80 € für E_1 , 100 € für E_2 und 90 € für E_3 . Bei einem Auftrag über 700 ME von E_1 , 600 ME von E_2 und 800 ME von E_3 soll ein Gewinn von 62500 € erwirtschaftet werden. Die Fixkosten für diesen Auftrag belaufen sich auf 34205 €. Die Fertigungskosten pro ME sind für Z_2 dreimal so hoch wie für Z_1 und für Z_3 1,5-mal so hoch wie für Z_1 .

Bestimmen Sie die Fertigungskosten je ME der Zwischenprodukte. (7 Punkte)

2.3

Eine verfahrenstechnische Innovation erfordert die Herstellung von Vorprodukten unmittelbar aus den Rohstoffen. Diese Vorprodukte werden dann zu den Zwischenprodukten Z_1, Z_2 und Z_3 weiter verarbeitet.

Der Materialfluss ist den folgenden Tabellen zu entnehmen:

	V_1	V_2
R_1	2	3
R_2	1	4
R_3	3	2

	Z_1	Z_2	Z_3
V_1	1	3	2
V_2	2	1	2

Die Fertigungskosten in € / ME der Vorprodukte betragen $\vec{k}_V^T = (0,7 \quad 0,6)$.

Die Fertigungskosten in € / ME der Zwischenprodukte aus den Vorprodukten betragen

$$\vec{k}_{Z_{\text{neu}}}^T = (1 \quad 2 \quad 1).$$

Untersuchen Sie für die einzelnen Zwischenprodukte, ob durch die Innovation Kosten eingespart werden können, wenn die Herstellkosten für je 1 ME der Zwischenprodukte bisher 2,95 € für Z_1 , 7,10 € für Z_2 und 4,20 € für Z_3 betragen.

(4 Punkte)

15 Punkte

Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG)
Hauptprüfung 2011 Teil 4, Wirtschaftliche Anwendungen, Lösungen Aufgabe 2
Baden-Württemberg

2.1

Gegeben ist die Rohstoff-Zwischenproduktmatrix $A = \begin{pmatrix} 8 & 9 & 10 \\ 9 & 7 & 10 \\ 7 & 11 & 10 \end{pmatrix}$

und die Zwischenprodukt-Endproduktmatrix $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

Berechnung der Rohstoff-Endproduktmatrix C:

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} 55 & 43 & 45 \\ 50 & 39 & 45 \\ 60 & 47 & 45 \end{pmatrix}$$

Gegeben ist der Produktionsvektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \\ 40 \end{pmatrix}$.

Gesucht ist der Rohstoffvektor \vec{r} .

$$\vec{r} = C \cdot \vec{p} = \begin{pmatrix} 55 & 43 & 45 \\ 50 & 39 & 45 \\ 60 & 47 & 45 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 40 \\ 40 \\ 40 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5720 \\ 5360 \\ 6080 \end{pmatrix}$$

Von R_1 müssen $5720 + 1000 - 1500 = 5220$ ME besorgt werden.

Von R_2 müssen $5360 + 1000 - 2700 = 3660$ ME besorgt werden.

Von R_3 müssen $6080 + 1000 = 7080$ ME besorgt werden.

2.2

Es sei $\vec{p} = \begin{pmatrix} 700 \\ 600 \\ 800 \end{pmatrix}$.

$$\text{Anzahl der benötigten Rohstoffe: } \vec{r} = C \cdot \vec{p} = \begin{pmatrix} 55 & 43 & 45 \\ 50 & 39 & 45 \\ 60 & 47 & 45 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 700 \\ 600 \\ 800 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 100300 \\ 94400 \\ 106200 \end{pmatrix}$$

Anzahl der benötigten Zwischenprodukte: $\vec{z} = B \cdot \vec{p} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 700 \\ 600 \\ 800 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3500 \\ 4700 \\ 3000 \end{pmatrix}$

Die Rohstoffkosten betragen $K_R = 100300 \cdot 0,05 + 94400 \cdot 0,03 + 106200 \cdot 0,04 = 12095 \text{ €}$.

Die Fertigstellungskosten vom Zwischenprodukt zum Endprodukt betragen $K_E = 700 \cdot 10 + 600 \cdot 20 + 800 \cdot 20 = 35000 \text{ €}$.

Für die Fertigungskosten der Zwischenprodukte gilt $\vec{k}_Z^T = (x \quad 3x \quad 1,5x)$.

Die Fertigstellungskosten vom Rohstoff zum Zwischenprodukt betragen $K_Z = 3500 \cdot x + 4700 \cdot 3x + 3000 \cdot 1,5x = 22100x$

Der Verkaufserlös beträgt $700 \cdot 80 + 600 \cdot 100 + 800 \cdot 90 = 188000 \text{ €}$

Die Gesamtkosten betragen

$$K_R + K_Z + K_E + K_{\text{Fix}} = 12095 + 22100x + 35000 + 34205 = 81300 + 22100x$$

Da der Gewinn 62500 € betragen soll, muss gelten:

$$188000 - (81300 + 22100x) = 62500$$

Daraus folgt $x = 2$.

Damit gilt $\vec{k}_Z^T = (2 \quad 6 \quad 3)$.

Die Fertigungskosten je ME der Zwischenprodukte betragen 2 € bzw. 6 € bzw. 3 €.

2.3

Um 1 ME von Z_1 herzustellen, benötigt man $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ als Vorprodukte und

$\vec{r} = \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix}$ als Rohstoffe.

Kosten für Rohstoffe: $8 \cdot 0,05 + 9 \cdot 0,03 + 7 \cdot 0,04 = 0,95 \text{ Euro}$.

Kosten für Vorprodukte: $1 \cdot 0,7 + 2 \cdot 0,6 = 1,9 \text{ Euro}$.

Die Gesamtkosten für 1 ME von Z_1 inklusive Rohstoffkosten betragen $0,95 + 1,90 + 1 = 3,85 \text{ Euro}$.

Die Innovation ist mit 3,85 Euro teurer als bisher mit 2,95 Euro.

Um 1 ME von Z_2 herzustellen, benötigt man $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ als Vorprodukte und

$\vec{r} = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 11 \end{pmatrix}$ als Rohstoffe.

Kosten für Rohstoffe: $9 \cdot 0,05 + 7 \cdot 0,03 + 11 \cdot 0,04 = 1,10$ Euro.

Kosten für Vorprodukte: $3 \cdot 0,7 + 1 \cdot 0,6 = 2,7$ Euro.

Die Gesamtkosten für 1 ME von Z_2 inklusive Rohstoffkosten betragen $1,10 + 2,70 + 2 = 5,80$ Euro.

Die Innovation ist mit 5,80 Euro günstiger als bisher mit 7,10 Euro.

Um 1 ME von Z_3 herzustellen, benötigt man $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ als Vorprodukte und

$\vec{r} = \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$ als Rohstoffe.

Kosten für Rohstoffe: $10 \cdot 0,05 + 10 \cdot 0,03 + 10 \cdot 0,04 = 1,20$ Euro.

Kosten für Vorprodukte: $2 \cdot 0,7 + 2 \cdot 0,6 = 2,6$ Euro.

Die Gesamtkosten für 1 ME von Z_3 inklusive Rohstoffkosten betragen $1,20 + 2,60 + 1 = 4,80$ Euro.

Die Innovation ist mit 4,80 Euro teurer als bisher mit 4,20 Euro.

Fazit: Nur für Z_2 wird es billiger, die Herstellkosten der anderen Zwischenprodukte werden durch die Innovation größer.