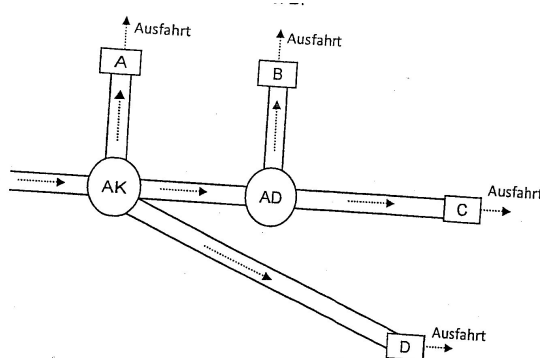


**Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG, TG)  
Hauptprüfung 2013 Teil 2, Stochastik, Aufgabe 1  
Baden-Württemberg**

1

An den Ausfahrten eines kostenpflichtigen Autobahnnetzes befinden sich vier Mautstellen A, B, C und D.

Von den am Autobahnkreuz AK ankommenden Fahrzeugen verlassen 10% die Autobahn bei A, 60% bei D und 6% bei B.



1.1 (4 Punkte)

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein bei AK ankommendes Fahrzeug weiter zum Autobahndreieck AD fährt.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein bei AK ankommendes Fahrzeug die Autobahn bei Mautstelle C verlässt?

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein bei AD ankommendes Fahrzeug die Autobahn bei Mautstelle C verlässt.

1.2 (5 Punkte)

Drei Fahrzeuge kommen bei AK an.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

$E_1$ : Alle drei Fahrzeuge verlassen die Autobahn bei Mautstelle D.

$E_2$ : Jedes Fahrzeug verlässt die Autobahn bei einer anderen Mautstelle.

1.3 (3 Punkte)

Wie viele Fahrzeuge müssen bei AK mindestens ankommen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99% mindestens ein Fahrzeug die Autobahn bei Mautstelle A verlässt?

1.4 (3 Punkte)

Beim Verlassen der Autobahn müssen Gebühren nach folgender Tabelle entrichtet werden:

Mautstelle A	Mautstelle B	Mautstelle C	Mautstelle D
2 €	5 €	8 €	4 €

Wie viele Fahrzeuge müssen beim Autobahnkreuz AK mindestens ankommen, damit mit 100.000 € Einnahmen gerechnet werden kann?

**Berufliches Gymnasium (WG, EG, AG, SG, BTG, TG)**  
**Hauptprüfung 2013 Teil 2, Stochastik, Lösung Aufgabe 1 Baden-Württemberg****1.1**

Ein Auto fährt zum Autobahndreieck AD, wenn es nicht durch die Mautstellen A oder D fährt:  $P(AD) = 1 - P(A) - P(D) = 1 - 0,1 - 0,6 = 0,3$

Wahrscheinlichkeit, dass ein Fahrzeug durch die Mautstelle C fährt:

$$P(C) = 1 - P(A) - P(B) - P(D) = 1 - 0,1 - 0,06 - 0,6 = 0,24$$

Wahrscheinlichkeit, dass ein bei AD ankommendes Fahrzeug durch die Mautstelle C fährt:  
Hierbei handelt es sich um eine bedingte Wahrscheinlichkeit:

$$P_{AD}(C) = \frac{P(AD \cap C)}{P(AD)} = \frac{P(C)}{P(AD)} = \frac{0,24}{0,3} = 0,8$$

**1.2**

$$P(E_1) = 0,6 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 0,6^3 = 0,216$$

Zu Ereignis  $E_2$  :

Hier gibt es vier Fälle zu unterscheiden:

Fall 1: Die drei Fahrzeuge verlassen die Autobahn über die Mautstellen A, B, C  
mit der Wahrscheinlichkeit  $P(ABC) = 0,1 \cdot 0,06 \cdot 0,24 \cdot 6 = 0,00864$

Falls 2: Die drei Fahrzeuge verlassen die Autobahn über die Mautstellen A, B, D  
mit der Wahrscheinlichkeit  $P(ABD) = 0,1 \cdot 0,06 \cdot 0,6 \cdot 6 = 0,0216$

Falls 3: Die drei Fahrzeuge verlassen die Autobahn über die Mautstellen B, C, D  
mit der Wahrscheinlichkeit  $P(BCD) = 0,06 \cdot 0,24 \cdot 0,6 \cdot 6 = 0,05184$

Falls 4: Die drei Fahrzeuge verlassen die Autobahn über die Mautstellen A, C, D  
mit der Wahrscheinlichkeit  $P(ACD) = 0,1 \cdot 0,24 \cdot 0,6 \cdot 6 = 0,0864$

$$P(E_2) = 0,00864 + 0,0216 + 0,05184 + 0,0864 = 0,16848$$

Hinweis: Der Faktor 6 in allen drei Fällen kommt dadurch zustande, dass nicht vorgegeben ist, welches Fahrzeug durch welche Mautstelle fahren muss. Das erste Fahrzeug hat noch drei Mautstellen zur Auswahl, das zweite noch zwei Mautstellen und das dritte nur noch eine Mautstelle, also  $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

### 1.3

Die gesuchte Anzahl der Fahrzeuge sei  $n$ .

$$P(\text{mindestens eines von } n \text{ Fahrzeug fährt durch Mautstelle A}) > 0,99$$

$$\Rightarrow 1 - P(\text{keines von } n \text{ Fahrzeugen fährt durch Mautstelle A}) > 0,99$$

$$\Rightarrow 1 - 0,9^n > 0,99 \quad | -1$$

$$\Rightarrow -0,9^n > -0,01 \quad | :(-1)$$

$$\Rightarrow 0,9^n < 0,01 \quad | \ln \text{ (oder log)}$$

$$\Rightarrow \ln(0,9^n) < \ln(0,01) \Rightarrow n \cdot \ln(0,9) < \ln(0,01) \Rightarrow n > \frac{\ln(0,01)}{\ln(0,9)} = 43,7$$

Es müssen mindestens 44 Fahrzeuge beim AK ankommen.

### 1.4

Zunächst wird die erwartete Einnahme eines einzelnen Fahrzeugs ermittelt:

$$E(\text{Einnahme pro Fahrzeug}) = 2\text{€} \cdot 0,1 + 5\text{€} \cdot 0,06 + 8\text{€} \cdot 0,24 + 4\text{€} \cdot 0,6 = 4,82\text{€}$$

Bei einer durchschnittlich zu erwartenden Einnahme von 4,82 € pro Fahrzeug müssen

mindestens  $\frac{100.000\text{€}}{4,82\text{€}} \approx 20747$  Fahrzeuge ankommen, damit man mit 100.000€ Einnahmen rechnen kann.