

Hauptprüfung Abiturprüfung 2015 (ohne CAS)

Baden-Württemberg

Anwendungsorientierte Aufgabe 1

Hilfsmittel: GTR, Formelsammlung

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

März 2016

1.1

In einem Bootsverleih kann man sich Boote verschiedenen Typs ausleihen. Die entsprechenden Preise sind in der nachfolgenden Tabelle aufgelistet.

Bootstyp	Preis je Stunde
Motorboot	35 €
Elektroboot	25 €
Tretboot	10 €

1.1.1

An einem heißen Sommertag sind alle verfügbaren 48 Boote gleichzeitig ausgeliehen.

Die Einnahmen nach einer Stunde betrage 980 €.

Die Anzahl der Tretboote ist doppelt so groß wie die Anzahl der Motorboote.

Wie viele Motor-, Elektro- und Tretboote besitzt der Bootsverleih jeweils ?

(4 Punkte)

1.1.2

In den letzten Abendstunden lässt der Besucherstrom nach.

In der letzten Stunde sind nur noch 25 Boote auf dem See, und die Einnahmen belaufen sich in dieser Stunde auf 525 €.

Wie viele Motorboote sind nun mindestens unterwegs ?

(4 Punkte)

1.2

Ben leiht sich ein Motorboot aus und fährt bis zur gegenüberliegenden Insel.

Die Geschwindigkeit seines Motorbootes wird durch die Polynomfunktion v mit

$$v(t) = -0,003t^4 + 0,127t^3 - 1,758t^2 + 8,733t ; 0 \leq t \leq 21 \text{ modelliert.}$$

(Zeit t in Minuten; Geschwindigkeit $v(t)$ in km/h)

1.2.1

Zeichnen und beschreiben Sie den Geschwindigkeitsverlauf der Bootsfahrt. (4 Punkte)

1.2.2

Welche Durchschnittsgeschwindigkeit hatte das Boot, und welche Strecke hat es während dieser 21-minütigen Fahrt zurückgelegt ?

(3 Punkte)

15 Punkte

Lösungen

1.1.1

Es seien x Motorboote, y Elektroboote und z Tretboote.

Bedingungen:

Insgesamt gibt es 48 Boote: $x + y + z = 48$

Anzahl der Tretboote doppelt so groß wie Anzahl der Motorboote: $z = 2 \cdot x$

Einnahmen nach einer Stunde: $35x + 25y + 10z = 980$

Lösung des LGS mit dem GTR:
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 48 \\ 2 & 0 & -1 & 0 \\ 35 & 25 & 10 & 980 \end{array} \right)$$

```
rref([A])
[1 0 0 11]
[0 1 0 15]
[0 0 1 22]
```

Daraus folgt $x = 11$ und $y = 15$ und $z = 22$.

Es gibt 11 Motorboote, 15 Elektroboote und 22 Tretboote.

1.1.2

Bedingungen:

Es sind 25 Boote auf dem See: $x + y + z = 25$

Einnahmen nach einer Stunde: $35x + 25y + 10z = 525$

Lösung mit dem GTR:

```
rref([A])
[1 0 -1.5 -10]
[0 1 2.5 35]
```

Es gibt unendlich viele Lösungen. Es sei $z = t$ mit $t \in \mathbb{R}$

Daraus folgt $y = 35 - 2,5t$ und $x = -10 + 1,5t$

Der Parameter t kann nur so gewählt werden, dass folgende Bedingungen erfüllt sind:

$$z = t \geq 0$$

$$y = 35 - 2,5t \geq 0 \Rightarrow t \leq 14$$

$$x = -10 + 1,5t \geq 0 \Rightarrow t \geq 6,\bar{6}$$

Außerdem muss x , y und z ganzzahlig sein. Dies ist nur möglich, wenn t geradzahlig ist, also $t = 8$ oder 10 oder 12 oder 14 .

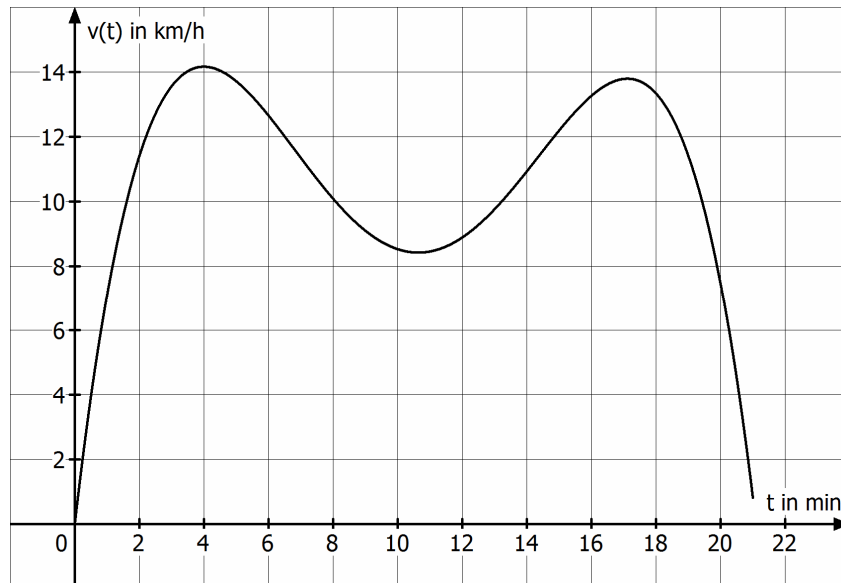
Es müssen daher mindestens $x = -10 + 1,5 \cdot 8 = 2$ Motorboote unterwegs sein.

Außerdem sind $y = 35 - 2,5 \cdot 8 = 15$ Elektroboote unterwegs.

Die maximale Anzahl der Boote aus Aufgabe 1.1.1 wird damit eingehalten.

1.2.1

Schaubild von $v(t)$:



Zu Beginn ist das Boot in Ruhe.

Dann beschleunigt es und erreicht nach 4 Minuten die größte Geschwindigkeit mit ca. 14 km/h.

Danach reduziert das Boot seine Geschwindigkeit und erreicht nach ca. 11 Minuten eine Geschwindigkeit von ca. 8,5 km/h.

Danach beschleunigt das Boot wieder und erreicht nach ca. 17 Minuten eine Geschwindigkeit von knapp 14 km/h.

Danach reduziert das Boot seine Geschwindigkeit bis zur 21. Minute auf fast 0 km/h (Ankunft an der Insel).

1.2.2

Da die Variable t die Einheit "Minuten" besitzt, ist es zweckmäßig, wenn $v(t)$ die Geschwindigkeitseinheit km/min erhält.

Dies erreicht man dadurch, dass man die Funktion $v(t)$ durch 60 dividiert:

$$v^*(t) = \frac{v(t)}{60} \quad (t \text{ in Minuten und } v^*(t) \text{ in km/min})$$

$$\text{Strecke nach 21 Minuten: } s = \int_0^{21} v^*(t) dt = 3,717 \text{ km}$$

$$\text{Durchschnittsgeschwindigkeit: } \bar{v} = \frac{3,717 \text{ km}}{21 \text{ min}} = 0,177 \frac{\text{km}}{\text{min}} = 10,62 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$