

# **Hauptprüfung Abiturprüfung 2015 (ohne CAS)**

## **Baden-Württemberg**

### **wirtschaftliche Anwendungen**

**Hilfsmittel: GTR, Formelsammlung**

**berufliche Gymnasien  
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

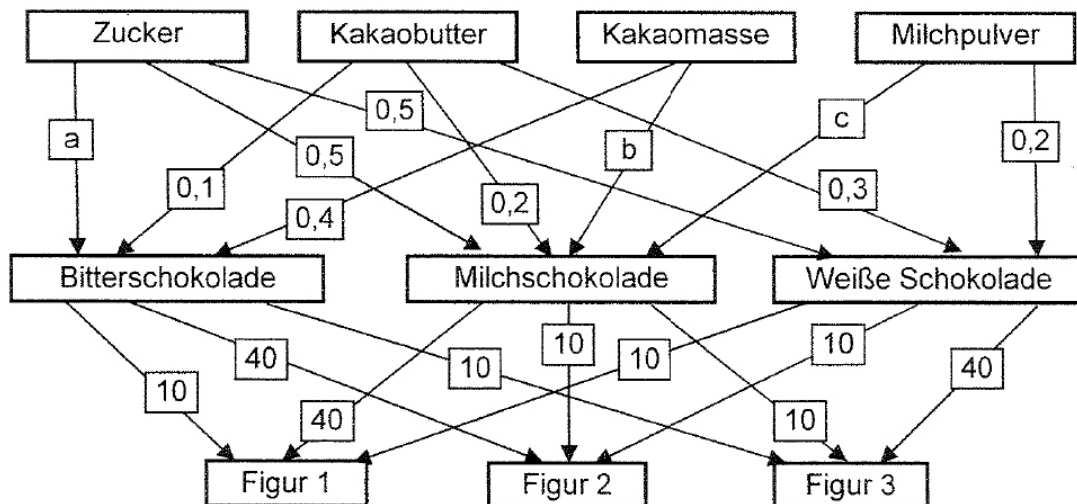
[www.mathe-aufgaben.com](http://www.mathe-aufgaben.com)

April 2015

1

Schokolade besteht aus den Hauptbestandteilen Zucker, Kakaobutter, Kakaomasse und Milchpulver. Eine Schokoladenfirma fertigt aus diesen Rohstoffen Bitterschokolade, Milkschokolade und weiße Schokolade. Aus diesen Zwischenprodukten werden wiederum 3 verschiedene Arten von Schokoladenfiguren gefertigt.

Die quantitativen Zusammenhänge sind durch das Materialflussdiagramm und die nachfolgende Tabelle gegeben. **Alle Angaben erfolgen in Gramm.**



	Figur 1	Figur 2	Figur 3
Zucker	30	30	30
Kakaobutter	12	9	15
Kakaomasse	8	17	5
Milchpulver	10	4	10

1.1

Wie viel Kilogramm Zucker sind nötig, um ein Kilogramm Bitterschokolade herzustellen ?  
Welche Mengen an Kakaomasse und Milchpulver benötigt man, um ein Kilogramm Milkschokolade herzustellen ?

(4 Punkte)

1.2

Im Lager befinden sich noch 180 kg Zucker, 66 kg Kakaobutter, 72 kg Kakaomasse und 42 kg Milchpulver. Wie viele Figuren können daraus gefertigt werden ?

(3 Punkte)

1.3

Die variablen Kosten je Figur in Euro sind gegeben durch  $\vec{k}_v = (1,60 \quad 1,50 \quad 1,70)$ .

Die Fixkosten pro Monat betragen 1850 Euro. Im kommenden Monat sollen 2000 Stück der Figur 1, 1500 Stück der Figur 2 und 1000 Stück der Figur 3 hergestellt werden.

Die Figuren sollen alle zum gleichen Preis verkauft werden.

Wie hoch muss der Verkaufspreis der einzelnen Figuren sein, damit der Gewinn 10% der Gesamtkosten beträgt ?

(4 Punkte)

1.4

Zu Ostern will die Firma 5000 Figuren herstellen. Dabei sollen von Figur 1 doppelt so viele hergestellt werden wie von Figur 2. Es sind noch 60 kg Kakaobutter auf Lager, die vollständig aufgebraucht werden sollen.

Wie viel Stück von Figur 1, Figur 2 und Figur 3 werden hergestellt ?

Welche Mengen an Rohstoffen muss die Firma auf Lager haben ?

(4 Punkte)

-----

15 Punkte

## Lösungen

Aus dem Materialflussdiagramm können folgende Tabellen erzeugt werden:

	Bitterschokolade	Milkschokolade	Weißer Schokolade
Zucker	a	0,5	0,5
Kakaobutter	0,1	0,2	0,3
Kakaomasse	0,4	b	0
Milchpulver	0	c	0,2

Die Rohstoff-Zwischenprodukt-Matrix lautet  $A = \begin{pmatrix} a & 0,5 & 0,5 \\ 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0,4 & b & 0 \\ 0 & c & 0,2 \end{pmatrix}$

	Figur 1	Figur 2	Figur 3
Bitterschokolade	10	40	10
Milkschokolade	40	10	10
Weißer Schokolade	10	10	40

Die Zwischenprodukt-Endprodukt-Matrix lautet  $B = \begin{pmatrix} 10 & 40 & 10 \\ 40 & 10 & 10 \\ 10 & 10 & 40 \end{pmatrix}$

Die Tabelle in der Aufgabenstellung entspricht der Rohstoff-Endprodukt-Matrix C.

$$C = \begin{pmatrix} 30 & 30 & 30 \\ 12 & 9 & 15 \\ 8 & 17 & 5 \\ 10 & 4 & 10 \end{pmatrix}$$

Es gilt  $A \cdot B = C \Rightarrow A = C \cdot B^{-1}$ .

$$[C] \cdot [B]^{-1} = \begin{bmatrix} .5 & .5 & .5 \\ .1 & .2 & .3 \\ .4 & .1 & 0 \\ 0 & .2 & .2 \end{bmatrix}$$

Daraus kann man ablesen:  $a = 0,5$  und  $b = 0,1$  und  $c = 0,2$ .

1.1

Um ein Gramm Bitterschokolade herzustellen, benötigt man  $a = 0,5$  g Zucker.

Um ein Gramm Milkschokolade herzustellen, benötigt man  $b = 0,1$  g Kakaomasse.

Um ein Gramm Milkschokolade herzustellen, benötigt man  $c = 0,2$  g Milchpulver.

Um 1 kg Bitterschokolade herzustellen, benötigt man 0,5 kg Zucker.  
 Um 1 kg Milkschokolade herzustellen, benötigt man 0,1 kg Kakaomasse.  
 Um 1 kg Milkschokolade herzustellen, benötigt man 0,2 kg Milchpulver.

1.2

Gegeben ist der Rohstoffvektor  $\vec{r} = \begin{pmatrix} 180000 \\ 66000 \\ 72000 \\ 42000 \end{pmatrix}$ . Gesucht ist der Produktionsvektor  $\vec{p}$ .

Formel:  $\vec{r} = C \cdot \vec{p}$

Lösung mit dem GTR: GTR-Matrix  $\begin{pmatrix} 30 & 30 & 30 & 180000 \\ 12 & 9 & 15 & 66000 \\ 8 & 17 & 5 & 72000 \\ 10 & 4 & 10 & 42000 \end{pmatrix}$

Mit dem GTR folgt als Lösung  $\vec{p} = \begin{pmatrix} 2000 \\ 3000 \\ 1000 \end{pmatrix}$ .

Insgesamt können daraus 6000 Figuren gefertigt werden (2000 Stück von Figur 1, 3000 Stück von Figur 2 und 1000 Stück von Figur 3)

1.3

Die variablen Kosten der Produktion sind  $\vec{k}_v^T \cdot \vec{p} = (1,60 \quad 1,50 \quad 1,70) \cdot \begin{pmatrix} 2000 \\ 1500 \\ 1000 \end{pmatrix} = 7150 \text{ €}$

Inklusive der Fixkosten ergeben sich Gesamtkosten in Höhe von  $7150 \text{ €} + 1850 \text{ €} = 9000 \text{ €}$ .

Der Gewinn G beträgt 10% von 9000 €, dies sind  $G = 900 \text{ €}$ .

Der Verkaufspreis einer Figur beträgt  $\frac{9900}{4500} = 2,20 \text{ €}$ .

1.4

Nun ist gegeben: Produktionsvektor  $\vec{p} = \begin{pmatrix} 2x \\ x \\ 5000 - 3x \end{pmatrix}$  ; Rohstoffvektor  $\vec{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ 60 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix}$

$$\text{Formel: } \vec{r} = C \cdot \vec{p} \Rightarrow \begin{pmatrix} r_1 \\ 60000 \\ r_3 \\ r_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 & 30 & 30 \\ 12 & 9 & 15 \\ 8 & 17 & 5 \\ 10 & 4 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2x \\ x \\ 5000 - 3x \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{Aus der 2. Zeile folgt: } 60000 &= 12 \cdot 2x + 9x + 15 \cdot (5000 - 3x) \\ &\Rightarrow 60000 = -12x + 75000 \Rightarrow x = 1250 \end{aligned}$$

$$\text{Damit gilt } \vec{p} = \begin{pmatrix} 2500 \\ 1250 \\ 1250 \end{pmatrix}$$

$$\text{Berechnung des Rohstoffvektors: } \begin{pmatrix} 30 & 30 & 30 \\ 12 & 9 & 15 \\ 8 & 17 & 5 \\ 10 & 4 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2500 \\ 1250 \\ 1250 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 150000 \\ 60000 \\ 47500 \\ 42500 \end{pmatrix}$$

Von Figur 1 werden 2500 Stück, von Figur 2 und 3 werden jeweils 1250 Stück hergestellt.

Die Firma muss 150 kg Zucker, 60 kg Kakaobutter, 47,5 kg Kakaomasse und 42,5 kg Milchpulver auf Lager haben.