

Hauptprüfung Abiturprüfung 2016 (ohne CAS)

Baden-Württemberg

Anwendungsorientierte Aufgabe 2

Hilfsmittel: GTR, Formelsammlung

**berufliche Gymnasien
(AG, BTG, EG, SG, TG, WG)**

Alexander Schwarz

www.mathe-aufgaben.com

Mai 2016

2

Im Einkommensteuerbescheid wird unter anderem der Durchschnittssteuersatz angegeben. Eine Geldeinheit (GE) entspricht im Folgenden 1000€.

2.1

Ein Vorschlag für den Verlauf des Durchschnittssteuersatzes wird durch die folgende Tabelle beschrieben. In dieser befinden sich einige berechnete Durchschnittssteuersätze (in Prozent) für unterschiedliche Jahreseinkommen.

Jahreseinkommen in GE	10	15	30	50	60	80
Durchschnittssteuersatz in %	0,00	5,00	17,08	24,25	26,67	30,00

Modellieren Sie die obigen Daten durch eine Polynomfunktion 3. Grades. Berechnen Sie damit das Jahreseinkommen für den Durchschnittssteuersatz 28%. Ist Ihr Modell für eine Steuererhebung geeignet? Begründen Sie.

(5 Punkte)

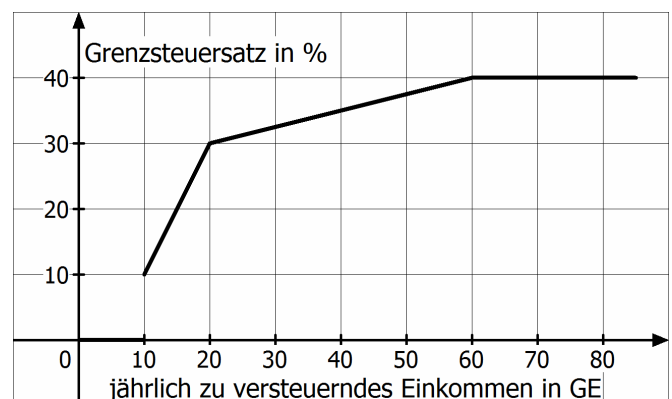
2.2

Das Schaubild zeigt den Vorschlag für den Grenzsteuersatz, aus dem sich der Durchschnittssteuersatz exakt ergibt.

Beispiel:

Bei einem Jahreseinkommen von 15 000€ (15 GE) sind die ersten 10 000€ (10 GE) steuerfrei. Die restlichen 5000€ (5 GE) werden zwischen 10% und 20% besteuert, also im Mittel mit 15%. Die Steuer beträgt demnach 750€, und der Durchschnittssteuersatz ist 750 geteilt durch 15 000, also 5%.

Im Folgenden sollen die Informationen für Einkommen bis zu 85 GE aus dem Schaubild benutzt werden.



2.2.1

Zeigen Sie, dass bei einem Jahreseinkommen von 40 000€ Steuern in Höhe von 8 500€ anfallen. Bestimmen Sie den zugehörigen Durchschnittssteuersatz.

(3 Punkte)

2.2.2

Kann der Durchschnittssteuersatz für ein Einkommen 40% sein. Begründen Sie.

(2 Punkte)

2.2.3

Für $60 < x < 85$ kann der Durchschnittssteuersatz S (in %) in Abhängigkeit des Jahreseinkommens x (in GE) folgendermaßen ermittelt werden:

$$S(x) = \frac{1600 + 40 \cdot (x - 60)}{x}$$

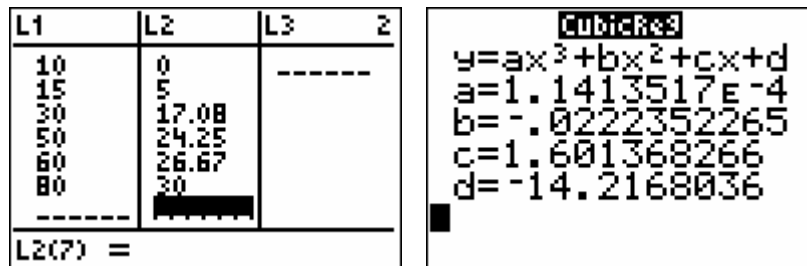
Berechnen Sie, für welches Einkommen der Durchschnittssteuersatz S 28% ist.
Erläutern Sie mit Hilfe des obigen Schaubilds, wie sich der Term von S ergibt.

(5 Punkte)

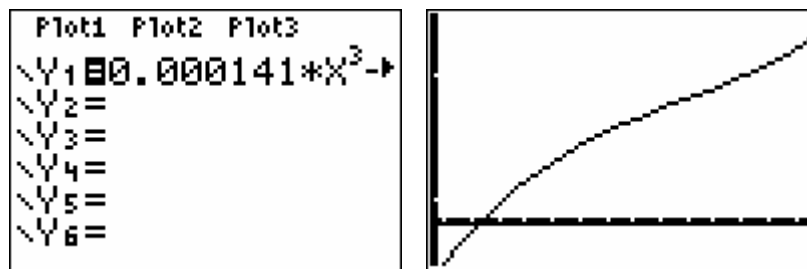
Lösungen

2.1

Berechnung der Polynomfunktion mit Hilfe der Regression:



GTR: Die Funktionsgleichung lautet $f(x) = 0,000141x^3 - 0,0222x^2 + 1,601x - 14,217$



Das Modell ist für die Steuererhebung nicht geeignet, da es für $x < 10$ negative Steuersätze liefert.

2.2.1

Bei einem Jahreseinkommen von 40.000 € sind die ersten 10.000 € steuerfrei.

Für die nächsten 10.000 € besteht im Mittel ein Steuersatz von 20%, also Steuern in Höhe von 2.000 Euro.

Die restlichen 20.000 € werden zwischen 30% und 35% besteuert, im Mittel also mit 32,5%. Dies sind Steuern in Höhe von 6.500 Euro.

Insgesamt sind dies $2000 + 6500 = 8500$ Euro Steuern, was zu zeigen war.

$$\text{Durchschnittssteuersatz} = \frac{8500}{40000} = 0,2125 = 21,25\%$$

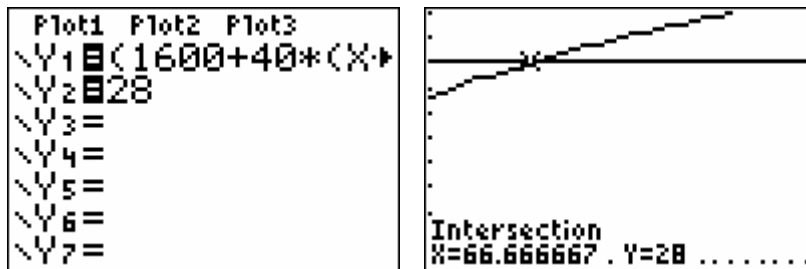
2.2.2

Der Durchschnittssteuersatz kann nicht 40% sein.

Begründung: Da die ersten 60.000 Euro des Jahreseinkommens mit einem geringeren Steuersatz als 40% versteuert werden, und ab 60.000 Euro der Steuersatz nicht über 40% steigt, können im Durchschnitt keine 40% erreicht werden.

2.2.3

Bedingung: $S(x) = 28$



GTR: Es ergibt sich ein Einkommen von $x = 66,667$ GE, also 66.667 Euro.

Herleitung von $S(x)$:

Steuerhöhe für die ersten 60.000 Euro:

$$0\% \cdot 10.000\text{€} + 20\% \cdot 10.000\text{€} + 35\% \cdot 40.000\text{€} = 16.000\text{€} = 16 \text{ GE}$$

Für den Betrag x mit $x > 60$ GE ergibt sich eine Steuerhöhe von

$$40\% \cdot (x - 60) = 0,4 \cdot (x - 60)$$

$$\text{Durchschnittssteuersatz} = \frac{16 + 0,4 \cdot (x - 60)}{x} \cdot 100\% = \frac{1600 + 40 \cdot (x - 60)}{x}$$