

- 1.) Ein Behälter enthält 12 weiße und 8 schwarze Kugeln. Es werden vier davon ohne Zurücklegen gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind es

a) nur weiße?

$$P(X=4) = \frac{\binom{12}{4}\binom{8}{0}}{\binom{20}{4}} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17} = 0,1022$$

b) ebenso viele weiße wie schwarze?

$$P(X=2) = \frac{\binom{12}{2}\binom{8}{2}}{\binom{20}{4}} = \frac{6 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 7}{\frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{6 \cdot 11 \cdot 4 \cdot 7}{5 \cdot 19 \cdot 3 \cdot 17} = 0,3814$$

- 2.) Von 100 Stanzteilen in einer Kiste sind 5 Ausschuss. Der Kiste werden 10 Teile zufällig ohne Zurücklegen entnommen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind höchstens 2 Ausschussteile in der Stichprobe.

$$P(X \leq 2) = \frac{\binom{5}{0}\binom{95}{10}}{\binom{100}{10}} + \frac{\binom{5}{1}\binom{95}{9}}{\binom{100}{10}} + \frac{\binom{5}{2}\binom{95}{8}}{\binom{100}{10}} = 0,99336$$

- 3.) Rudi Flachwanz ist Bürgermeister der 2000-Seelen-Gemeinde Lubelbach. Er kennt jeden 5. Einwohner persönlich. Eines Tages trifft er auf dem Heimweg vom Gasthaus 10 verschiedene Personen.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft er keinen Bekannten?

$$P(X=0) = \frac{\binom{400}{0}\binom{1600}{10}}{\binom{2000}{10}} = 0,10677$$

4.) Berechnen Sie folgende Ausdrücke:

$$\begin{aligned}
 \text{a)} \quad & (a+b)^{10} \\
 &= \binom{10}{0} a^{10} + \binom{10}{1} a^9 b + \binom{10}{2} a^8 b^2 + \binom{10}{3} a^7 b^3 + \binom{10}{4} a^6 b^4 + \binom{10}{5} a^5 b^5 \\
 &\quad + \binom{10}{6} a^4 b^6 + \binom{10}{7} a^3 b^7 + \binom{10}{8} a^2 b^8 + \binom{10}{9} a b^9 + \binom{10}{10} b^{10} \\
 &= a^{10} + 10a^9 b + 45a^8 b^2 + 120a^7 b^3 + 210a^6 b^4 + 252a^5 b^5 \\
 &\quad + 210a^4 b^6 + 120a^3 b^7 + 45a^2 b^8 + 10ab^9 + b^{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b)} \quad & (2+p)^5 \\
 &= \binom{5}{0} 2^5 + \binom{5}{1} 2^4 p + \binom{5}{2} 2^3 p^2 + \binom{5}{3} 2^2 p^3 + \binom{5}{4} 2 p^4 + \binom{5}{5} p^5 \\
 &= 32 + 80p + 80p^2 + 40p^3 + 10p^4 + p^5
 \end{aligned}$$

5.) Berechnen Sie die Werte folgender Ausdrücke

$$\text{a)} \quad \binom{7}{4} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 35 \qquad \text{b)} \quad \binom{30}{1} = 30$$

$$\text{c) und d)} \quad \binom{12}{10} = \binom{12}{2} = \frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1} = 66$$

$$\text{e)} \quad \binom{5}{3} + \binom{5}{4} = 10 + 5 = 15 = \binom{6}{3} \qquad \text{f)} \quad \binom{3}{4} = 0$$

$$\text{g)} \quad \frac{3!}{5!} = \frac{1}{20} = 0,05 \qquad \text{h)} \quad \frac{7!}{6!} = 7$$

$$\text{i)} \quad (n+1) \cdot n! = (n+1)! \qquad \text{j)} \quad \frac{(n+1)!}{n!} = n+1$$

$$\text{k)} \quad \frac{(n+1)!}{(n-1)!} = n \cdot (n+1) \qquad \text{l)} \quad \frac{n!}{(n-1)!} = n$$