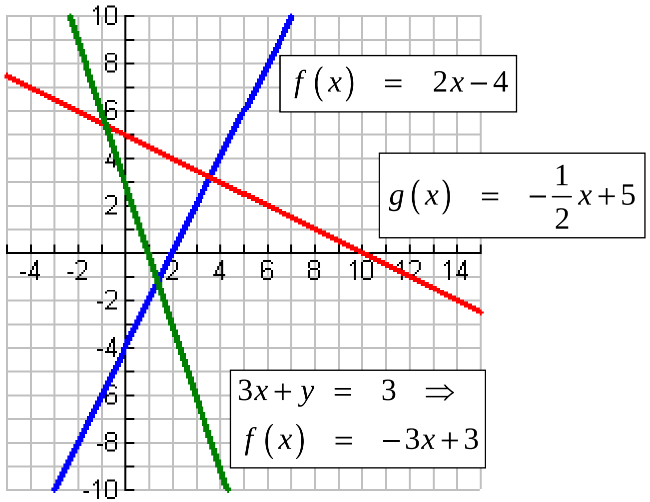
Musterlösung: KA GY 03 b   Klassenstufe 11   Nachtermin: 21.11.2003

Themen: Funktionen, Lineare Funktionen und Anwendungen

Aufgabe 1: Zeichnen Sie die Geraden in ein gemeinsames Koordinatensystem:



Aufgabe 2: Bestimmen Sie die 4 Geradengleichungen:

a) $g(x) = 3x+4$

b) $g(x) = \frac{5}{2}x-\frac{19}{2}$

c) $g(x) = -x+2$

d) $g(x) = -\frac{1}{3}x+\frac{11}{3}$

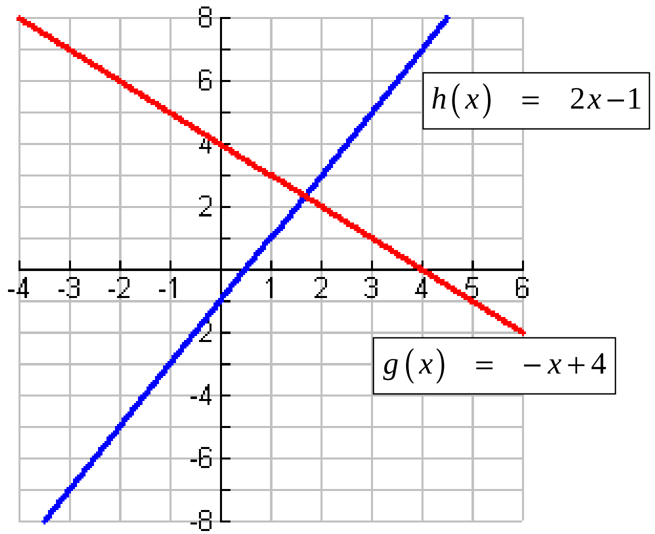
Aufgabe 3:

a) Schnittpunkt der beiden Geraden: $S\left(\frac{30}{11} \,\middle|\, -\frac{39}{11}\right)$

b) Schnittwinkel zwischen den beiden Geraden: $\gamma = 46{,}34°$

c) $P(6 \mid 2)$ *und* $Q(-12 \mid -2) \notin g(x)$

Aufgabe 4: Ermitteln Sie die Funktionsvorschriften der beiden linearen Funktionen



Aufgabe 5: Unter welchen beiden Voraussetzungen haben 2 Geraden keinen Schnittpunkt miteinander?

⇨ **Steigungen müssen gleich sein und**

⇨ **Y-Achsenabschnitte müssen verschieden sein**

d.h. sie müssen echt parallel zueinander verlaufen.

Aufgabe 6: Gegeben sei die Funktion f(x) mit der Vorschrift $f(x) = 5^x$.

a) f(4) = 625, $f(-2) = \frac{1}{25} = 0{,}04$ und $f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt[4]{5}}$

b) $f(x) = 3.125 \Rightarrow x = 5$

c) $f(x) \leq 10.000 \Rightarrow x \leq 5$

d) Beweisen Sie folgende Behauptungen:

(i) $f(x) * f(-x) \;=\; 1 \quad \forall\, x \in \Re$

$Beweis\,(i):$

$Beh.: \quad f(x) * f(-x) = 1 \quad \forall x \in \Re$

$Bew.: \quad f(x) * f(-x) \;=\; 5^x * 5^{-x} = \; 5^0 \;=\; 1$

$q.e.d.$

(ii) $f(x+1) \;=\; 5 * f(x) \quad \forall\, x \in \Re$

$Beweis\,(ii):$

$Beh.: \quad f(x+1) = 5 * f(x) \quad \forall x \in \Re$

$Bew.: \quad f(x+1) \; = 5^{x+1} \;=\; 5^x * 5 \;=\; 5 * f(x)$

$q.e.d.$

Aufgabe 7: Ermitteln Sie die Nullstellen folgender Funktionen

a) $x_1 = 0 \;\vee\; x_2 = 1 \;\vee\; x_3 = 9$ b) $x_1 = 0$

c) $x_1 = -2 \;\vee\; x_2 = 3$ d) $x_1 = -2 \;\vee\; x_2 = 2$

Aufgabe 8: Lückentext zu Geraden und Parabeln

Bei den folgenden Sätzen geht es um eine Funktion f mit **f(x) = mx + b**.

1.) Eine solche Funktion heißt lineare Funktion.
2.) Der Graph einer ganzrationalen Funktion ersten Grades ist eine Gerade .
3.) Den x-Wert des Schnittpunktes eines Graphen mit der x-Achse nennt man die Nullstelle .
4.) Die Konstante m in der Funktionsgleichung **f(x) = mx + b** gibt die Steigung des Graphen an.
5.) Wenn der Funktionsgraph von links nach rechts fallend verläuft, dann ist m negativ .
6.) Wenn m = 0 ist, dann verläuft der Funktionsgraph waagrecht .
7.) Die Konstante b in der Funktionsgleichung **f(x) = mx + b** gibt den y-Achsenabschnitt des Graphen an.

Aufgabe 9: Summen(zeichen)

Schreiben Sie die Summen mit Hilfe des dafür geeigneten Zeichens:

a) $\sum_{i=1}^{6} \frac{i}{i+2}$ b) $\sum_{i=0}^{3} 10^{-i} \;=\; \sum_{i=0}^{3} \frac{1}{10^i}$

c) $\sum_{i=1}^{6} \frac{1}{i^2} \;=\; \sum_{i=1}^{6} i^{-2}$ d) $\sum_{i=1}^{5} 2^{-i} \;=\; \sum_{i=1}^{5} \frac{1}{2^i}$

Berechnen Sie den Zahlenwert der Summen bzw. Produkte:

e) $\sum_{k=1}^{5} (k-1) \bullet k \;=\; 2+6+12+20 \;=\; 40$

f) $\sum_{i=1}^{5} 10^{i-1} \;=\; 1+10+100+1.000+10.000 \;=\; 11.111$

g) $\sum_{i=2}^{25} 3 \;=\; 24 \bullet 3 \;=\; 72$

h) Behauptung: $4+8+12+16+20+\ldots+4 \bullet n \;=\; 2 \bullet n \bullet (n+1)$

Beweis:

$$4+8+12+16+20+\ldots+4 \bullet n \;=$$
$$4 \bullet (1+2+3+4+5+\ldots+n) \;=$$
$$4 \bullet \sum_{i=1}^{n} i \;=$$
$$4 \bullet \frac{n \bullet (n+1)}{2} \;=$$
$$2 \bullet n \bullet (n+1)$$

$qed.$

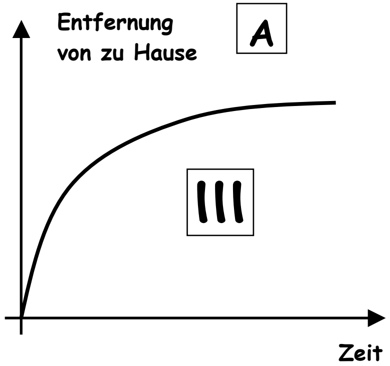
Aufgabe 10: Schulweggeschichten

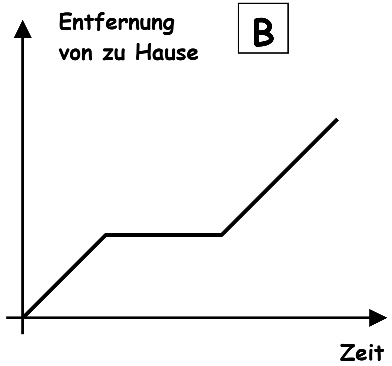
a) Ordnen Sie die drei Schulweggeschichten zu je einem der vier Graphen zu.

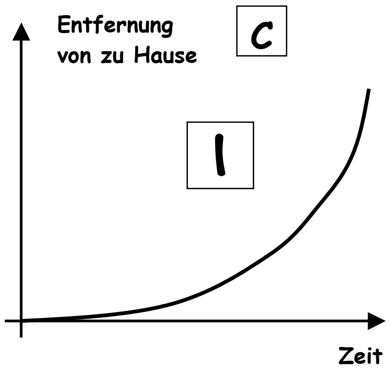
I.) „Ich ging gemütlich los. Als mir klar wurde, wie spät es schon war, beeilte ich mich."

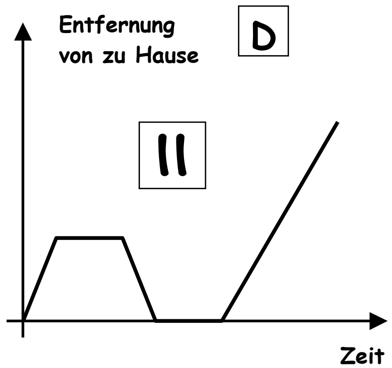
II.) „Ich hatte gerade das Haus verlassen, als ich bemerkte, dass ich mein Pausenbrot vergessen hatte. Also ging ich zurück, um es zu holen."

III.) „Zuerst ging es mir gut, doch dann bekam ich starke Schmerzen im Knie und konnte kaum noch laufen."









b) Ein Graph B bleibt übrig.

„Ich ging los. Auf dem Weg kaufte ich in einer Bäckerei eine Brezel, danach setzte ich meinen Schulweg mit gleichbleibender Geschwindigkeit fort."