Musterlösung: **11. Jgst.** **Klasse: GY 04 a** **1. Kursarbeit (Nachtermin)**

Datum: 19.11.2004

Fach: Mathematik (Kernfach)

Thema: **Funktionen allgemein und lineare Funktionen; Nullstellen**

---

❶ Lineare Funktionen

a) Ermitteln Sie die Geradengleichungen:

(i) P (2 / 4); m = -1

Lösung : $\boxed{g(x) = -x+6}$

(ii) P (1 / 2); Q (0 / -2)

Lösung : $\boxed{g(x) = 4x-2}$

b) Bei einer linearen Funktion f ist f(2) = -1 und f(5) = 8. Berechnen Sie f(-1) und f(4).

Lösung :

$$\boxed{\begin{aligned} &f(x) = 3x-7 \\ &\Rightarrow \quad f(-1) = -10 \quad und \quad f(4) = 5 \end{aligned}}$$

c) Eine Regentonne ist 90 cm hoch. Sie wird mit einem Schlauch gefüllt, aus dem gleichmäßig Wasser fließt. Nach 4 Minuten steht das Wasser 44 cm, nach 7 Minuten 62 cm hoch.

(i) Nach wie viel Minuten ist die Regentonne voll?

(ii) Wie hoch war der Wasserstand zu Beginn?

Lösung : **Füllfunktion lautet**

$$\boxed{\begin{aligned} &g(x) = 6x+20 \\ &(i) \quad 90 = 6x+20 \Rightarrow x = \frac{70}{6} \\ &\qquad x = 11[Min.]\ 40[Sek.] \\ &(ii) \quad 20[cm] \end{aligned}}$$

❷ **Lineare Gleichungssysteme**

a) Lösen Sie das LGS:

I.) y = 7x + 17 und II.) y = -2x – 1

Lösung :

$$\boxed{\begin{array}{l} Gleichsetzungsverfahren: \\ x=-1 \quad y=3 \end{array}}$$

b) Lösen Sie das LGS:

I.) y = 2x + 12 und II.) -3x + 2y = 19

Lösung :

$$\boxed{\begin{array}{l} Einsetzungsverfahren: \\ x=-5 \quad y=2 \end{array}}$$

c) Lösen Sie das LGS für die Variablen x und y:

I.) 2x + 3 y = -5a und II.) 3x - 6y = 24a

Lösung :

$$\boxed{\begin{array}{l} Additionsverfahren: \\ x=2a \quad y=-3a \end{array}}$$

❸ **Quadratische Gleichungen**

a) Bestimmen Sie die Lösungsmengen bei folgenden Gleichungen

(i) $x^2-2x-8 \quad = \quad 0$

Lösung : $\boxed{x_1=4 \quad \wedge \quad x_2=-2}$

(ii) $2x^2+6x-18 \quad = \quad 2$

Lösung : $\boxed{x_1=2 \quad \wedge \quad x_2=-5}$

(iii) $(x-1)\cdot(2x+3) \quad = \quad 0$

Lösung : $\boxed{x_1=1 \quad \wedge \quad x_2=-\frac{3}{2}}$

b) Für welche Werte von a besitzt die Gleichung nur eine Lösung?

$$x^2 - 2ax - 8a^2 + 9 \quad = \quad 0$$

Lösung : Mittels Untersuchung der Diskriminante

$$x_{1/2} \quad = \quad \frac{2a \pm \sqrt{4a^2 + 32a^2 - 36}}{2}$$

$$x_{1/2} \quad = \quad \frac{2a \pm \sqrt{36a^2 - 36}}{2}$$

$\Rightarrow$ Untersuchung Diskriminante

$$36a^2 - 36 \quad = \quad 0 \quad \Rightarrow \quad |a| \quad = \quad 1$$

Für a = 1 existiert nur eine Lösung: x = a

c) Lösen Sie die Gleichungen mit geeigneter Substitution:

(i) $x^4 - 3x^2 - 4 \quad = \quad 0$

Lösung : Mittels Substitution

$$x^4 - 3x^2 - 4 \quad = \quad 0$$

$$u^2 - 3u - 4 \quad = \quad 0 \quad \Rightarrow \quad u_1 = 4 \quad \wedge \quad u_2 = -1$$

$$\Rightarrow \quad x^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad |x| = 2$$

$$\Rightarrow \quad x^2 = -1 \quad \Rightarrow \quad n.d. \, in \, \Re$$

(ii) $2x + 16\sqrt{x} - 18 \quad = \quad 0$

Lösung : Mittels Substitution

$$2x + 16\sqrt{x} - 18 \quad = \quad 0$$

$$2u^2 + 16u - 18 \quad = \quad 0 \quad \Rightarrow \quad u_1 = 1 \quad \wedge \quad u_2 = -9$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{x} = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 1$$

$$\Rightarrow \quad \sqrt{x} = -9 \quad \Rightarrow \quad n.d. \, in \, \Re$$

d) Das Produkt zweier aufeinanderfolgender **gerader** Zahlen ergibt 168.

Wie heißen die Zahlen?

Lösung :

$$\begin{aligned}&Ansatz: \quad x\cdot(x+2)=168\\&Lösung\ 1: \quad x_1=12 \quad \wedge \quad x_2=14\\&Lösung\ 2: \quad x_1=-12 \quad \wedge \quad x_2=-14\end{aligned}$$

e) Die Seiten eines Rechtecks unterscheiden sich um 5 cm. Wenn man beide Seiten um 2 cm verlängert, wird der Flächeninhalt um 74 cm² größer.

Wie lang sind die Seiten des ursprünglichen Rechtecks?

Lösung :

$$\begin{aligned}&Seite\ 1: \quad x \qquad Seite\ 2: \quad x+5\\&Ansatz: \quad (x+2)\cdot(x+7)=x\cdot(x+5)+74\\&Lösung: \quad Seite\ 1: \quad 15 \qquad Seite\ 2: \quad 20\end{aligned}$$

❹ **Parameter bei quadratischen Funktionen**

Eine quadratische Funktion besitzt allgemein folgende Darstellung:

$$f(x) \quad = \quad a\left(x^2-b\right)+c$$

a) Erläutern Sie ausführlich die Rolle der drei Parameter und die Auswirkungen auf den Verlauf der Funktion

Parameter a:

a > 1	**Funktion wird enger; Funktionswerte wachsen schneller**
0 > a > 1	**Funktion wird breiter; Funktionswerte wachsen langsamer**
-1 < a < 0	**Funktion nach unten geöffnet; sonst wie 0 > a > 1**
a < -1	**Funktion nach unten geöffnet; sonst wie a > 1**

Parameter b:

b > 0	**Funktion wird parallel zur x-Achse nach rechts verschoben**
b < 0	**Funktion wird parallel zur x-Achse nach links verschoben**

Parameter c:

c > 0 **Funktion wird parallel zur y-Achse nach oben verschoben**

c < 0 **Funktion wird parallel zur y-Achse nach unten verschoben**

b) Zeichnen Sie die gegebenen Funktionen ohne eine Wertetabelle in das angegebene Koordinatensystem. Die Funktion f(x) = x² ist zur Orientierung eingezeichnet.

(i) $$f1(x) = (x^2 - 2) + 1$$

(ii) $$f2(x) = (x^2 + 1) - 2$$

(iii) $$f3(x) = -\frac{1}{4}(x^2 - 4) + 3$$