Musterlösung: **11. Jgst.** **Klasse: GY 04 a** **2. Test**

Datum: 22.11.2004 **Fach: Mathematik (Kernfach)**

Thema: **Gebrochen-rationale Funktionen; Summenzeichen**

---

❶ **Summen I: Bilden Sie die Summenausdrücke bzw. stellen Sie die Summen dar**

a) $$1+2+3+4+5+6 = \sum_{i=1}^{6} i$$

b) $$-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{3}{4}+\frac{4}{5}-\frac{5}{6}+\frac{6}{7} = \sum_{i=1}^{6} \frac{i}{i+1}\cdot(-1)^i$$

c) $$1+2+4+8+16+32+64 = \sum_{i=0}^{6} 2^i$$

d) $$\sum_{i=1}^{7} (-1)^i = -1+1-1+1-1+1-1$$

e) $$\sum_{i=0}^{6} (2i+1) = 1+3+5+7+9+11+13$$

❷ **Summen II: Errechnen Sie die Summen**

a) $$\sum_{i=1}^{30} i = \frac{30\cdot 31}{2} = \frac{930}{2} = 465$$

b) $$\sum_{i=10}^{50} 2i = 2\sum_{i=10}^{50} i = 2\left(\sum_{i=1}^{50} i - \sum_{i=1}^{9} i\right) =$$

$$2\left(\frac{50\cdot 51}{2} - \frac{9\cdot 10}{2}\right) = 2.550-90 = 2.460$$

❸ **Summen III: Beweisen Sie folgende Regel**

$$\sum_{i=1}^{n} a\cdot i = a+2a+3a+...+na =$$

$$a(1+2+3+...+n) = a\cdot\sum_{i=1}^{n} i$$

❹ Gebrochen-rationale Funktionen I

Untersuchen Sie die folgenden drei Funktionen hinsichtlich folgender Kriterien:

	Definitionsbereich	Nullstelle(n)	Polstelle(n)	Asymptote
$f(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{(x-2)(x+3)}$	$D = \Re \setminus \{-3; 2\}$	$N_1(1/0)$ $N_2(-1/0)$	x = - 3 x = 2	a(x) = 1
$f(x) = \frac{2x}{x^2-1}$	$D = \Re \setminus \{-1; 1\}$	$N(0/0)$	x = - 1 x = 1	a(x) = 0
$f(x) = \frac{x^2-x+1}{x+1}$	$D = \Re \setminus \{-1\}$	keine Nullstellen	x = - 1	a(x) = x-2

❺ Gebrochen-rationale Funktionen II

Geben Sie gebrochen-rationale Funktionen mit folgenden Eigenschaften an:

a) Nullstelle: N(2/0); Polstelle: x = 1

Lösung: $f(x) = \frac{x-2}{x-1}$

b) Asymptote: a(x) = 0; Polstelle: x = -2

Lösung: $f(x) = \frac{1}{x+2}$

c) $D = \Re \setminus \{-3; 1\}$; Nullstelle: N(2/0); (einzige) Polstelle: x = -3

Lösung: $f(x) = \frac{(x-2)(x-1)^n}{(x+3)(x-1)}$