

Thema: Rechentechnik zu Fakultät, Summenzeichen und
Binomialkoeffizient; Binomischer Lehrsatz

Teil I: Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke

a) $6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$

b) $\frac{8! \cdot 9 \cdot 10}{11!} = \frac{10!}{10! \cdot 11} = \frac{1}{11}$

c) $\binom{8}{3} = \frac{8!}{3! \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 56$

d) $\frac{n!}{(n-2)!} = \frac{(n-2)! \cdot (n-1) \cdot n}{(n-2)!} = (n-1) \cdot n$

e) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \frac{(n-1)! \cdot n \cdot (n+1)}{(n-1)!} = n \cdot (n+1)$

f) $\binom{n}{0} = \frac{n!}{0! \cdot (n-0)!} = \frac{n!}{0! \cdot n!} = \frac{1}{0!} = 1$

$$\binom{1.000}{998} = \frac{1.000!}{998! \cdot (1.000 - 998)!} = \frac{1.000!}{998! \cdot 2!}$$

$$g) \quad \binom{1.000}{998} = \frac{1.000 \cdot 999}{2!} = 499.500$$

$$h) \quad \binom{n}{n-1} = \frac{n!}{(n-1)! \cdot [n - (n-1)]!} = \frac{n}{1!} = n$$

$$i) \quad \sum_{i=1}^{20} i = \frac{20 \cdot 21}{2} = 210$$

$$\sum_{i=1}^{100} (4i + 2) = 4 \sum_{i=1}^{100} i + \sum_{i=1}^{100} 2$$

$$j) \quad \sum_{i=1}^{100} (4i + 2) = 4 \cdot \frac{100 \cdot 101}{2} + 2 \cdot 100 = 20.400$$

$$\sum_{i=20}^{40} i = \sum_{i=1}^{40} i - \sum_{i=1}^{19} i = \frac{40 \cdot 41}{2} - \frac{19 \cdot 20}{2}$$

$$k) \quad \sum_{i=20}^{40} i = 820 - 190 = 630$$

$$l) \quad \sum_{i=a}^a i = a$$

$$\sum_{i=3}^{12} (i-2) + \sum_{i=1}^{10} i = \sum_{i=3-2}^{12-2} (i+2-2) + \sum_{i=1}^{10} i = \sum_{i=1}^{10} i + \sum_{i=1}^{10} i$$

$$\text{m)} \quad \sum_{i=3}^{12} (i-2) + \sum_{i=1}^{10} i = 2 \cdot \sum_{i=1}^{10} i = 2 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} = 110$$

n)

$$(x+3)^5 =$$

$$\binom{5}{0} x^5 \cdot 3^0 + \binom{5}{1} x^4 \cdot 3^1 + \binom{5}{2} x^3 \cdot 3^2 + \binom{5}{3} x^2 \cdot 3^3 + \binom{5}{4} x^1 \cdot 3^4 + \binom{5}{5} x^0 \cdot 3^5$$

$$(x+3)^5 = x^5 + 15x^4 + 90x^3 + 270x^2 + 405x + 243$$

o)

$$\left(2a - \frac{1}{4}\right)^4 = \left[2a + \left(-\frac{1}{4}\right)\right]^4 =$$

$$\binom{4}{0} (2a)^4 \left(-\frac{1}{4}\right)^0 + \binom{4}{1} (2a)^3 \left(-\frac{1}{4}\right)^1$$

$$+ \binom{4}{2} (2a)^2 \left(-\frac{1}{4}\right)^2 + \binom{4}{3} (2a)^1 \left(-\frac{1}{4}\right)^3 + \binom{4}{4} (2a)^0 \left(-\frac{1}{4}\right)^4 =$$

$$\left(2a - \frac{1}{4}\right)^4 = 16a^4 - 8a^3 + \frac{3}{2}a^2 - \frac{1}{8}a + \frac{1}{256}$$

Teil II: Schreiben Sie als Ausdruck mit Summenzeichen

$$\text{a)} \quad 1+3+5+\dots+25 = \sum_{i=1}^{13} (2i-1)$$

$$\text{b)} \quad 1-1+1-1+1-1+1-1 = \sum_{i=1}^8 (-1)^{i+1}$$

Teil III: Bestimmen Sie die Lösung

$$x^{3!} + 4! \cdot x = 0 \Rightarrow x^6 + 24x = 0$$

$$\Rightarrow x(x^5 + 24) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \wedge x_2 = \sqrt[5]{-24}$$