Musterlösung **11. Jgst.** **1. Test** **Datum: 22.09.2006**

Klasse: GY 06 a **Fach: Mathematik (Kernfach)**

Thema: **Funktionen, Lineare Funktionen, erweitertes Distributivgesetz, Intervalle und Mengen**

---

❶ Erweitertes Distributivgesetz

Multiplizieren Sie die Klammerterme aus:

(i) $(b+4)\cdot(b-5)$

Lösung: $(b+4)\cdot(b-5) \quad = \quad b^2-b-20$

(ii) $\left(-\frac{1}{4}c+\frac{1}{3}x\right)^2\cdot\left(4c^2-\frac{1}{6}x\right)$

Lösung:

$$\left(-\frac{1}{4}c+\frac{1}{3}x\right)^2\cdot\left(4c^2-\frac{1}{6}x\right) \quad = \quad \left(\frac{1}{16}c^2-\frac{1}{6}cx+\frac{1}{9}x^2\right)\cdot\left(4c^2-\frac{1}{6}x\right) \quad =$$
$$\frac{1}{4}c^4-\frac{2}{3}c^3x+\frac{4}{9}c^2x^2-\frac{1}{96}c^2x+\frac{1}{36}cx^2-\frac{1}{54}x^3$$

(iii) $(3x+2)^4$

Lösung:

$$(3x+2)^4 \quad =$$
$$1\cdot(3x)^4\cdot 2^0+4\cdot(3x)^3\cdot 2^1+6\cdot(3x)^2\cdot 2^2+4\cdot(3x)^1\cdot 2^3+1\cdot(3x)^0\cdot 2^4 \quad =$$
$$81x^4+216x^3+216x^2+96x+16$$

(iv) $\left(-\frac{1}{2}x+3\right)^6$

Lösung:

$$\left(-\frac{1}{2}x+3\right)^6 \quad =$$

$$1\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right)^6\cdot 3^0+6\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right)^5\cdot 3^1+15\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right)^4\cdot 3^2+20\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right)^3\cdot 3^3$$
$$+15\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right)^2\cdot 3^4+6\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right)^1\cdot 3^5+1\cdot\left(-\frac{1}{2}x\right)^0\cdot 3^6 \quad =$$

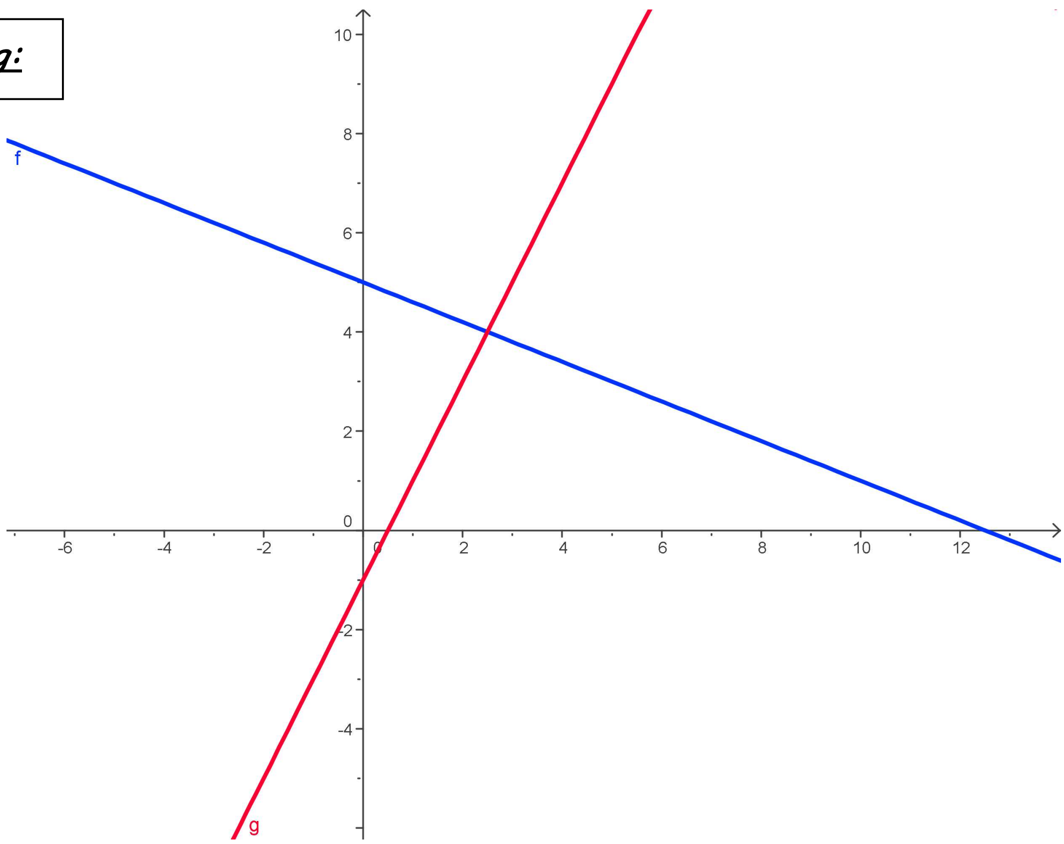
$$\frac{1}{64}x^6-\frac{9}{16}x^5+\frac{135}{16}x^4-\frac{135}{2}x^3+\frac{1.215}{4}x^2-729x+729$$

❷ Lineare Funktionen

a) Zeichnen Sie die beiden Geraden in ein Koordinatensystem:

$$f(x)=-\frac{2}{5}x+5 \qquad\qquad g(x)=2x-1$$

Lösung:



b) Berechnen Sie den Schnittpunkt der beiden Geraden.

Lösung:

$$I.)\ f(x) = -\frac{2}{5}x + 5 \qquad und \qquad II.)\ g(x) = 2x - 1$$

$$Gleichsetzungsverfahren: \quad f(x) = g(x)$$

$$-\frac{2}{5}x + 5 = 2x - 1 \quad \Rightarrow \quad -2\frac{2}{5}x = -6$$

$$\Rightarrow \quad \frac{12}{5}x = 6 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad f\left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2} + 5 \quad \Rightarrow \quad y = 4$$

$$\Rightarrow \quad S\left(\frac{5}{2} \,\middle|\, 4\right)$$

c) Welche Steigung müsste eine Gerade besitzen, damit sie keinen Schnittpunkt mit der Funktion $f(x)$ besitzt?
Begründen Sie Ihre Entscheidung!

Lösung: Die Steigung muss $m = -\frac{2}{5}$ betragen, denn dadurch entsteht eine Parallele zu $f(x)$

d) Ermitteln Sie die Gerade, die senkrecht auf $g(x)$ steht und durch den Punkt $P(1 \mid 4)$ geht.

Lösung:

$$g(x) = 2x - 1 \xrightarrow{m_1 \cdot m_2 \;=\; -1} m_{orthogonal} = -\frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{Punkt P einsetzen}} 4 = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 1 + b \quad \Rightarrow \quad b = \frac{9}{2}$$

$$Ergebnis: \quad g_{orthogonal}(x) = \left(-\frac{1}{2}\right)x + \frac{9}{2}$$

Oh je, jetzt haben wir noch eine dritte Gerade mit der Gleichung $\frac{1}{2} = 2x - 3y$.

e) Prüfen Sie, ob einer der Punkte A (3 / 2) und $B\left(\frac{1}{2} \,\middle|\, \frac{1}{6}\right)$ auf der dritten Geraden liegt.

Lösung:

Punktprobe zu A: Einsetzen von Punkt A

$$\frac{1}{2} = 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad Aussage\ falsch \quad \Rightarrow \quad A \notin Gerade$$

Punktprobe zu B: Einsetzen von Punkt B

$$\frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{1}{2} - 3 \cdot \frac{1}{6} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad Aussage\ richtig \quad \Rightarrow \quad B \in Gerade$$

❸ Mengen und Intervalle

Stellen Sie folgende Mengen in der Intervallschreibweise dar:

A = $\{x \in \Re \mid x < 6\}$ ______________________________

B = $\{x \in \Re \mid 4 \leq x \leq 7\}$ ______________________________

C = $\{x \in \Re \mid 3 \leq x < 8\}$ ______________________________

D = $\{x \in \Re \mid x^2 \geq 49\}$ ______________________________

E = $\{x \in \Re \mid x^2 \leq 9\}$ ______________________________

Lösung:

A = $\{x \in \Re \mid x < 6\}$ ⇨ $A = \left]-\infty ; 6\right[$

B = $\{x \in \Re \mid 4 \leq x \leq 7\}$ ⇨ $B = \left[4 ; 7\right]$

C = $\{x \in \Re \mid 3 \leq x < 8\}$ ⇨ $C = \left[3 ; 8\right[$

D = $\{x \in \Re \mid x^2 \geq 49\}$ ⇨ $D = \left]-\infty ; -7\right] \cup \left[7 ; \infty\right[$

E = $\{x \in \Re \mid x^2 \leq 9\}$ ⇨ $E = \left[-3 ; 3\right]$

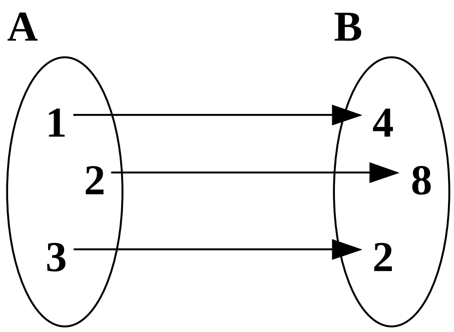
❹ **Funktionen**

a) Warum ist die Vorschrift x - 4 = 3 keine Funktion?

Lösung: Die Vorschrift ist keine eindeutige funktionale Zuordnung, da an der Stelle x = 7 unendlich viele y-Werte zugeordnet sind.

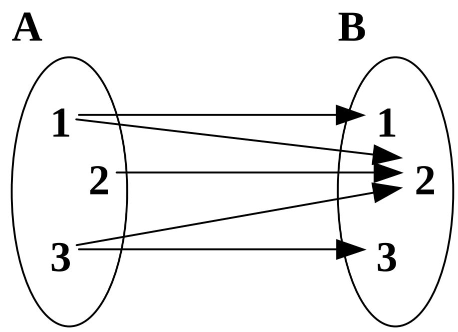
b) Beurteilen Sie die Schaubilder dahingehend, ob es sich um eine Funktion handelt oder nicht.

(i)



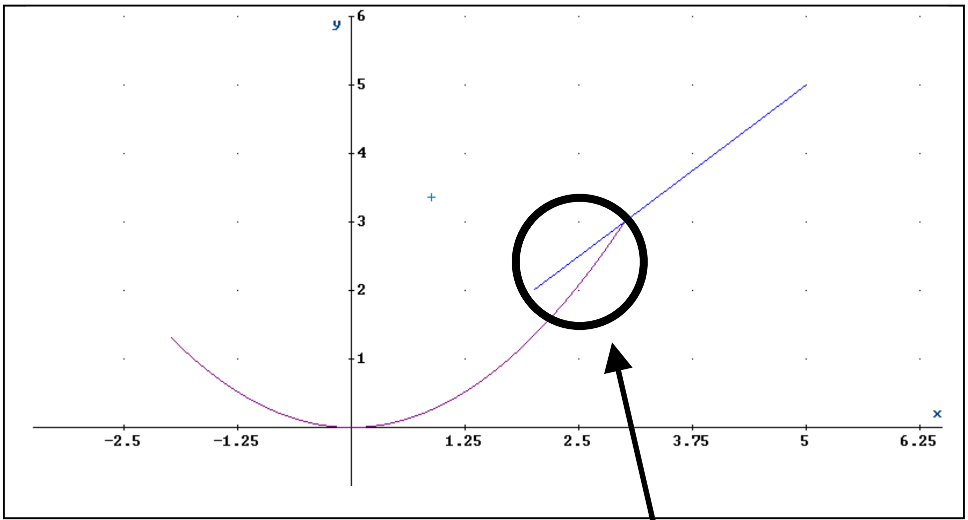
Funktion, da eindeutige Zuordnung

(ii)



keine Funktion, da mehrdeutige Zuordnung

(iii)



keine Funktion, da mehrdeutige Zuordnung

c) Was versteht man bei Funktionen, wenn man von ***Eindeutigkeit*** spricht?

Lösung: Jedem Element der Ausgangsmenge A wird genau ein Element der Zielmenge B zugeordnet!