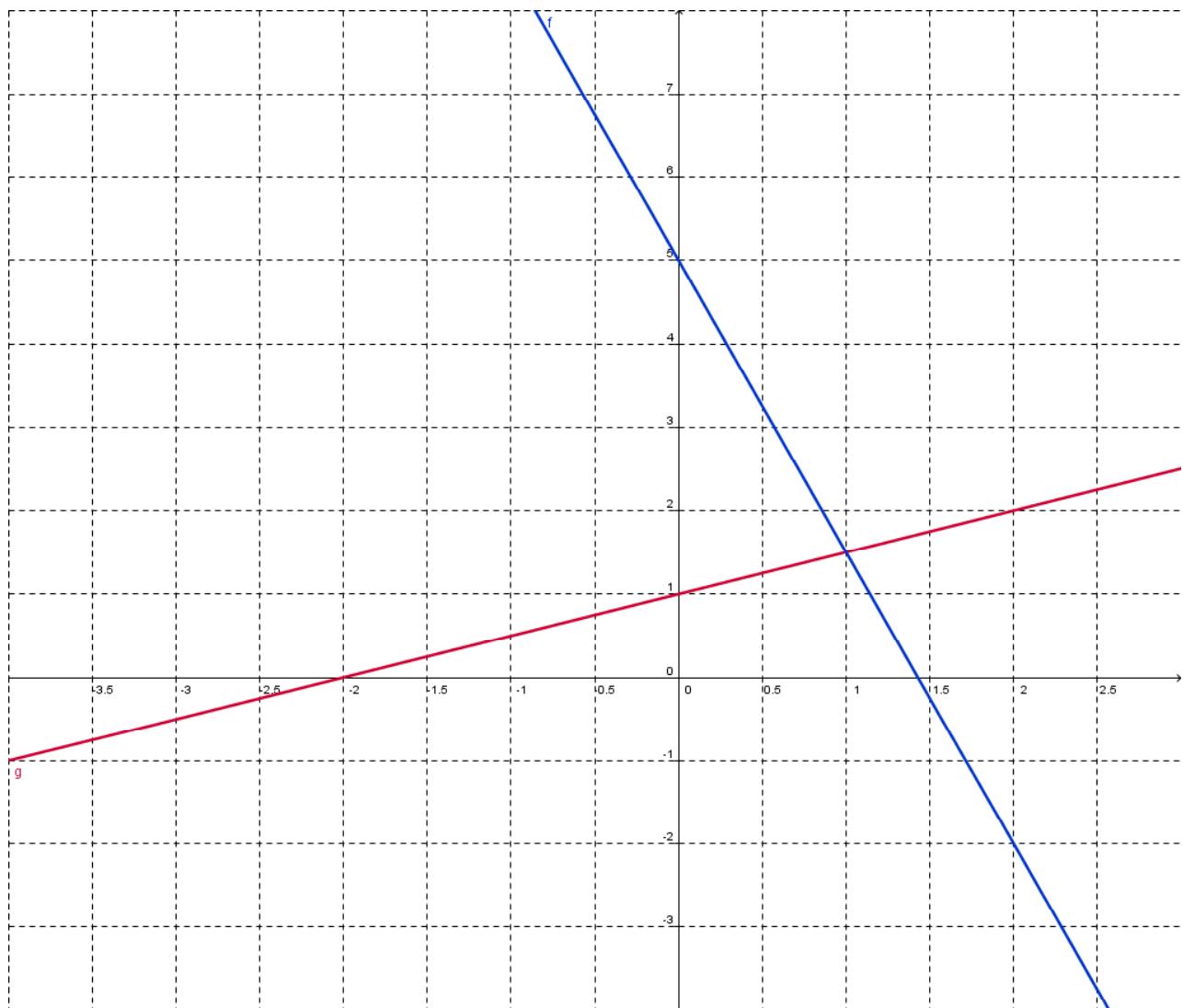


Thema: Lineare Funktionen; Heron-Verfahren; Abschnittweise definierte Funktionen; Ganzrationale Funktionen

1.) Geradengleichungen

Gegeben ist die Gerade $g(x) = 0,5x + 1$ und die Gerade $f(x) = -3,5x + 5$.

- a) Zeichnen Sie die beiden Geraden in ein Koordinatensystem.



- b) Berechnen Sie den Schnittpunkt zwischen den beiden Geraden.

Lösung:

$$\begin{aligned} g(x) &= f(x) \Rightarrow 0,5x + 1 = -3,5x + 5 \\ \xrightarrow{+3,5x} \quad 4x &= 4 \quad \xrightarrow{:4} \quad x = 1 \quad \Rightarrow \quad y = 1,5 \quad \Rightarrow \quad S(1 | 1,5) \end{aligned}$$

- c) Wie lautet die Gleichung der Geraden, die senkrecht auf $g(x)$ steht und durch den Punkt $P(-3 / -5)$ geht.

Lösung:

$$g(x) = 0,5x + 1 \Rightarrow m = 0,5 \Rightarrow m_{\text{orth}} = -2$$

$$\text{Punkt } P(-3 / -5) \text{ eingesetzt: } -5 = (-2) \cdot (-3) + b \Rightarrow b = -11 \Rightarrow h(x) = -2x - 11$$

- d) Welche zu $g(x)$ parallele Gerade schneidet $f(x)$ an der Stelle $x = 2$?

Lösung:

$$\text{Bekannt: } m = 0,5 \text{ und Punkt bei } x = 2 \text{ auf der Funktion } f(x) \Rightarrow P(2 | -2)$$

$$\text{Punkt } P(2 | -2) \text{ eingesetzt: } -2 = 0,5 \cdot 2 + b \Rightarrow b = -3 \Rightarrow t(x) = 0,5x - 3$$

2.) Abschnittweise definierte Funktionen

- a) Gegeben sei die abschnittweise definierte Funktion:

$$f(x) = \begin{cases} 2tx + 1 & \text{für } x < 2 \\ 3x - 1 & \text{für } x = 2 \\ -x + k & \text{für } x > 2 \end{cases}$$

Für welche Werte von t und k hat die Funktion keine Sprungstellen?

Lösung:

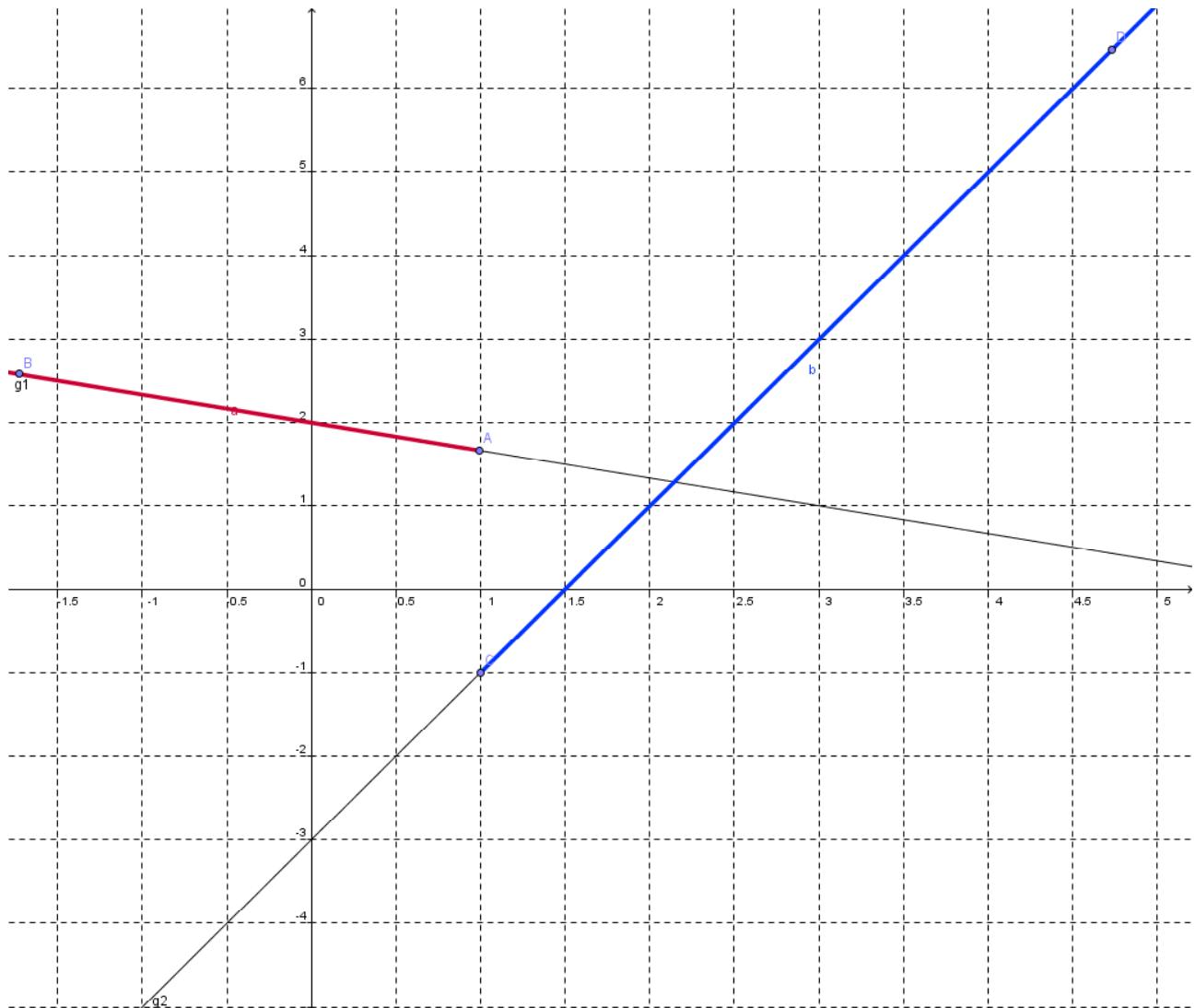
$$\text{Bekannt: } f(2) = 5$$

$$\text{Berechnung } t-\text{Wert: } 2t \cdot 2 + 1 = 5 \Rightarrow t = 1$$

$$\text{Berechnung } k-\text{Wert: } -2 + k = 5 \Rightarrow k = 7$$

b) Zeichnen Sie die Funktion $g(x)$:

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{1}{3}x + 2 & \text{für } x < 1 \\ 2x - 3 & \text{für } x \geq 1 \end{cases}$$



3.) Dreieck

Ein Dreieck sei durch die Punkte P(2 / 1), Q(7 / 3) und R(5 / k) festgelegt.

a) Wie groß ist der Abstand zwischen den Punkten P und Q?

Lösung: $e = \sqrt{(7-2)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{29}$

- b) Ermitteln Sie die Geradengleichung, auf der die Punkte P und Q liegen.

Lösung:

$$m = \frac{3-1}{7-2} = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$\text{Punkt } P(2 / 1) \text{ eingesetzt: } 1 = \frac{2}{5} \cdot 2 + b \Rightarrow b = \frac{1}{5} \Rightarrow h(x) = \frac{2}{5}x + \frac{1}{5}$$

- c) Geben Sie den Wert für k und die Koordinaten des Mittelpunkts zwischen P und R an, wenn der y-Wert des gesuchten Mittelpunkts bei y = 3 liegt.

Lösung:

$$x\text{-Koordinate des Mittelpunktes: } x_M = \frac{1}{2}(2+5) = \frac{7}{2} = 3,5$$

$$y\text{-Koordinate des Mittelpunktes: } y = 3 \text{ (in Aufgabenstellung gegeben)}$$

$$\Rightarrow M(3,5 | 3)$$

$$k\text{-Wert berechnen: } y_M = \frac{1}{2}(y_1 + y_2) \Rightarrow 3 = \frac{1}{2}(1+k) \Rightarrow k = 5$$

- d) Berechnen Sie den Wert für $\sqrt{29}$ mit einem geeigneten Näherungsverfahren.

Eingabebereich														
Wert des Radikanten a:	<input type="text" value="29"/>													
Anzahl n der Iterationen:	<input type="text" value="3"/>													
Startwert für x:	<input type="text" value="5"/>													
Berechnen														
		$x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{a}{x_n} \right)$ <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th style="width: 15%;">n</th> <th style="width: 15%;">x_n</th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>5</td> <td>5.4</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>5.4</td> <td>5.3851851851852</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>5.3851851851852</td> <td>5.3851648071731</td> </tr> </tbody> </table>	n	x _n		1	5	5.4	2	5.4	5.3851851851852	3	5.3851851851852	5.3851648071731
n	x _n													
1	5	5.4												
2	5.4	5.3851851851852												
3	5.3851851851852	5.3851648071731												

4.) Ganzrationale Funktionen

- a) Eine ganzrationale Funktion sei durch folgende Koeffizienten gegeben:

$$a_4 = -3 \quad a_3 = 1 \quad a_2 = -5 \quad a_1 = 2 \quad a_0 = -8$$

Erstellen Sie die Funktionsvorschrift der ganzrationalen Funktion.

Lösung: $f(x) = -3x^4 + x^3 - 5x^2 + 2x - 8$

- b) Welchen Grad haben folgende Funktionen:

(i) $f(x) = x^2(2x+1)(x^3-1)$

Lösung: Grad: 6 (\Rightarrow Addition der Exponenten)

(ii) $g(x) = x^{2n-1}(2x+1)^{3n}$

Lösung: Grad: $2n-1+3n = 5n-1$ (\Rightarrow Addition der Exponenten)

(iii) $h(x) = 2x - x^2 + 7x^3 - 3x^6 + 5x^7$

Lösung: Grad: 7 (\Rightarrow Ablesen der Exponenten)

- c) Welche Koeffizienten liegen bei dieser Funktion vor?

$$f(x) = -4x^6 - 3x^5 + 2x^3 + 9x - 4$$

Lösung:

$$a_6 = -4 \quad a_5 = -3 \quad a_4 = 0 \quad a_3 = 2 \quad a_2 = 0 \quad a_1 = 9 \quad a_0 = -4$$