Musterlösung **11. Jgst.** **5. Test** **Datum: 19.02.2010**

Klasse: GY GS 09 b **Fach: Mathematik (Kernfach)**

Thema: **Differenzen- und Differentialquotient; Ableitungen; Binomischer Lehrsatz**

2.) Ableitung(en)

Bilden Sie die erste Ableitung der jeweiligen Funktionen:

a) $f(x) = \frac{1}{500}x^{1.000} - \frac{1}{50}x^{100} + \frac{1}{5}x^{10}$

__Lösung:__ $f'(x) = 2x^{999} - 2x^{99} + 2x^{9}$

b) $f(x) = 4x^3 - 6x^2 + 2x - 1$

__Lösung:__ $f'(x) = 12x^2 - 12x + 2$

c) $f(x) = (x+2)(3x-4)$

__Lösung:__ $f(x) = (x+2)(3x-4) = 3x^2 + 2x - 8 \Rightarrow f'(x) = 6x + 2$

d) $f(x) = 2x^{n+1} - 5x^n + 3x^{n-1}$

__Lösung:__ $f'(x) = 2(n+1)x^n - 5nx^{n-1} + 3(n-1)x^{n-2}$

e) $f(x) = 4t^2x^2 + 2x^4 - 7t^3$

__Lösung:__ $f'(x) = 8t^2x + 8x^3$

f) $f(t) = 4t^2x^2 + 2x^4 - 7t^3$

__Lösung:__ $f(t) = 8tx^2 - 21t^2$

3.) Tangenten und Ableitungen

a) Wie lautet die Gleichung der Tangente an der Stelle x = 3 an der Funktion $f(x) = \frac{1}{27}x^4 - \frac{1}{2}x^2$?

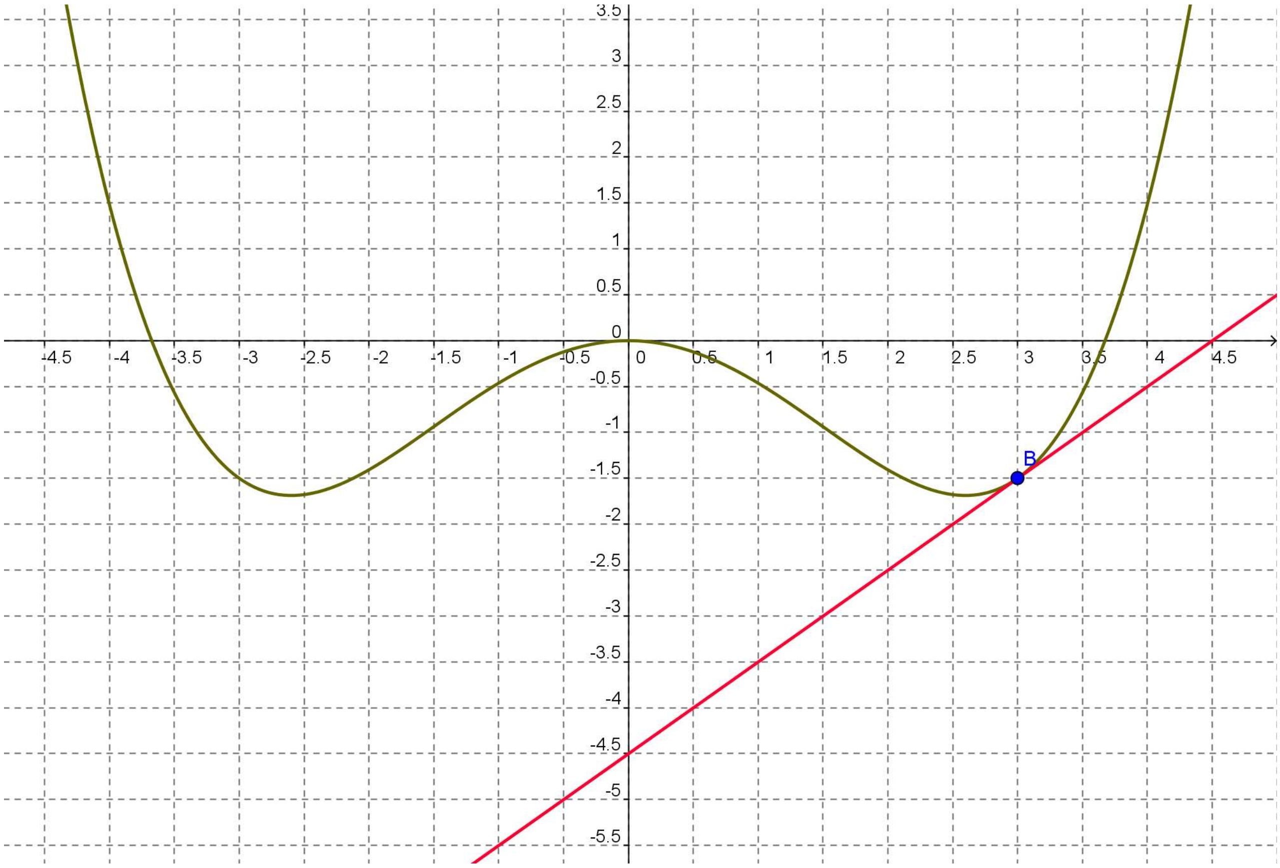
<u>**Lösung:**</u>

$$f(x) = \frac{1}{27}x^4 - \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow f(3) = 3 - 4{,}5 = -1{,}5$$

$$f'(x) = \frac{4}{27}x^3 - x \Rightarrow f'(3) = 4 - 3 = 1$$

$$\xrightarrow{y-\text{Achsenabschnitt}} -1{,}5 = 1 \cdot 3 + b \Rightarrow b = -4{,}5$$

$$\xrightarrow{\text{Tangentengleichung}} t(x) = x - 4{,}5$$



b) Wie lautet der Wert von a, damit die angegebene Bedingung erfüllt ist?

$$f(x) = ax^2 + 2x - 3 \quad und \quad f'(2) = -6$$

<u>**Lösung:**</u>

$$f'(x) = 2ax + 2 \Rightarrow f'(2) = 4a + 2$$

$$\xrightarrow{\text{gelichsetzen}} 4a + 2 = -6 \Rightarrow 4a = -8 \Rightarrow a = -2$$

4.) **Ableitung mit der h-Methode**

Bilden Sie die Ableitung der Funktion $f(x) = 0,5x^3$ mittels der h-Methode.

Lösung:

$$m_{Tan} = \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{2}(x+h)^3-\frac{1}{2}x^3}{h}$$

$$m_{Tan} = \frac{1}{2}\cdot\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^3-x^3}{h} = \frac{1}{2}\cdot\lim_{h\to 0}\frac{x^3+3x^2h+3xh^2+h^3-x^3}{h}$$

$$m_{Tan} = \frac{1}{2}\cdot\lim_{h\to 0}\frac{h(3x^2+3xh+h^2)}{h} = \frac{1}{2}\cdot\lim_{h\to 0}(3x^2+3xh+h^2)$$

$$m_{Tan} = \frac{1}{2}\cdot 3x^2 = \frac{3}{2}x^2 = f'(x)$$

1.) **Binomischer Lehrsatz**

Entwickeln Sie den Ausdruck $(x+3)^5$ nach dem Binomischen Lehrsatz.

Lösung:

$$(x+3)^5 = \binom{5}{0}x^5\cdot 3^0+\binom{5}{1}x^4\cdot 3^1+\binom{5}{2}x^3\cdot 3^2+\binom{5}{3}x^2\cdot 3^3+\binom{5}{4}x^1\cdot 3^4+\binom{5}{5}x^0\cdot 3^5$$

$$(x+3)^5 = x^5+15x^4+90x^3+270x^2+405x+243$$