Musterlösung **12. Jgst.** **1. Test** **Datum:** **25.11.2007**

Klasse: HBF **Fach: Mathematik**

Thema: Kurvendiskussion ganzrat. Funktionen; Produkt- und Kettenregel

1.) Ableitungen

Bilden Sie die 1. Ableitung zu folgenden Funktionen:

a) $$f(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 - 2x\right)^3$$

Lösung: $$f'(x) = 3\left(\frac{1}{2}x^2 - 2x\right)^2 \cdot (x-2)$$

b) $$f(x) = \sqrt{\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - 3x}$$

Lösung: $$f'(x) = \frac{\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x - 3}{2\sqrt{\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{3}x^2 - 3x}}$$

c) $$f(x) = \left(3x^4 + x - 1\right)^2 (3x+1)$$

Lösung: $$f'(x) = 2\left(3x^4 + x - 1\right) \cdot \left(12x^3 + 1\right) \cdot (3x+1) + 3\left(3x^4 + x - 1\right)^2$$

d) $$f(x) = \left(-x^3 + 2x\right)^n$$

Lösung: $$f'(x) = n \cdot \left(-x^3 + 2x\right)^{n-1} \cdot \left(-3x^2 + 2\right)$$

2.) Ableitung und Steigung

Welche Steigungen hat die Funktion

$$f(x) = \left(4x^2 - x\right)\left(\frac{1}{2}x - 2\right)$$

an den Stellen $x_1 = 2$ und $x_2 = -1$

Lösung:

$$f'(x) = (8x-1)\left(\frac{1}{2}x-2\right)+\frac{1}{2}\left(4x^2-x\right)$$

$$f'(2) = 15\cdot(-1)+\frac{1}{2}\cdot 14 = -8$$

$$f'(-1) = (-9)\cdot\left(-\frac{5}{2}\right)+\frac{1}{2}\cdot 5 = 25$$

3.) Tangentenermittlung

Berechnen Sie die Tangente der Funktion an der Stelle x = 4:

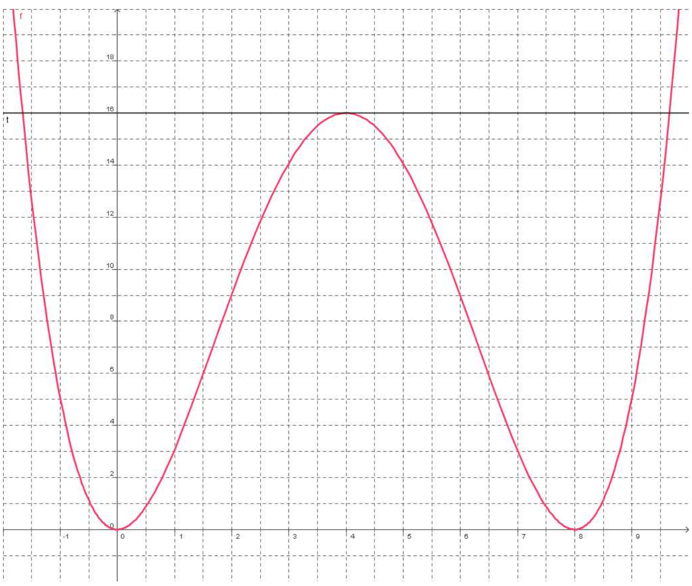
$$f(x) = \left(\frac{1}{4}x^2 - 2x\right)^2$$

Lösung:

$$f(x) = \left(\frac{1}{4}x^2 - 2x\right)^2 \Rightarrow f(4) = 16$$

$$f'(x) = 2\left(\frac{1}{4}x^2 - 2x\right)\left(\frac{1}{2}x - 2\right) \Rightarrow f'(4) = 0$$

$$\Rightarrow t(x) = 16$$



4.) Untersuchung einer ganzrationalen Funktion

Führen Sie bei folgender Funktion $f(x) = 2x^3 - 6x$

eine Untersuchung nach folgenden Kriterien durch:

a) Symmetrie b) Nullstellen

c) Extremwerte d) Wendepunkte e) Skizze

<u>Lösung:</u>

Symmetrie: Punktsymmetrie

$$f(-x) = 2(-x)^3 - 6(-x) = -2x^3 + 6x = -f(x)$$

Nullstellen:

$$f(x) = x\left(2x^2 - 6\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \wedge x_2 = -\sqrt{3} \wedge x_3 = \sqrt{3}$$

Extremwerte:

$$f'(x) = 6\left(x^2 - 1\right) = 0 \Rightarrow x_1 = -1 \wedge x_2 = 1$$

$$f''(x) = 12x$$

$$\Rightarrow f''(-1) = -12 < 0 \Rightarrow Max(-1 \mid 4)$$

$$\Rightarrow f''(1) = 12 > 0 \Rightarrow Min(1 \mid -4)$$

Wendepunkte:

$$f''(x) = 12x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$f'''(x) = 12 \Rightarrow f'''(0) = 12 \neq 0 \Rightarrow W(0 \mid 0)$$

Skizze der Funktion: