Musterlösung **11. Jgst.** **2. Test** **Datum: 06.12.2007**

Klasse: HBF DV 07 **Fach: Mathematik**

Themen: **Ganzrationale Funktionen; Scheitelpunktberechnung**

1.) Untersuchung einer ganzrationalen Funktion

Gegeben sei folgende reelle Funktion:

$$f(x) = x^2 + 7x - 8$$

a) Ermitteln Sie das Symmetrieverhalten und begründen Sie.

b) Berechnen Sie die Funktionswerte für x = -1 und x = 2

c) Berechnen Sie die Nullstellen.

d) Wie lautet der Schnittpunkt mit der y-Achse?

Lösung:

a) keine Symmetrie, weil gerade und ungerade Hochzahlen vorliegen.

$$f(-x) = (-x)^2 + 7(-x) - 8 = x^2 - 7x - 8 \neq f(x) \; und \neq -f(x)$$

b)

$$f(-1) = (-1)^2 + 7 \cdot (-1) - 8 = -14$$
$$f(2) = 2^2 + 7 \cdot 2 - 8 = 10$$

c) Nullstellen: Lösung mittels Formel

$$x_{1/2} = \frac{-7 \pm \sqrt{49+32}}{2} = \frac{-7 \pm 9}{2} \quad \Rightarrow \quad x_1 = 1 \wedge x_2 = -8$$

d) $S_y(0 \mid -8)$

5.) Bestimmen einer Funktionsgleichung höheren Grades

Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der ganzrationalen Funktion mit

a) $a_3 = -1 \quad a_2 = 2 \quad a_1 = 5 \quad a_0 = -3$

b) $a_5 = a_3 = 4 \quad a_4 = 5 \quad a_2 = 1 \quad a_1 = a_0 = 4$

Lösung:

a) $f(x) = -x^3+2x^2+5x-3$

b) $f(x) = 4x^5+5x^4+4x^3+x^2+4x+4$

2.) Schnittpunkte zwischen Parabel und Gerade

Bestimmen Sie die Schnittpunkte zwischen den Graphen f(x) und g(x):

a) $f(x)=x^2-2x-3 \quad und \quad g(x)=2x+2$

Lösung:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2-2x-3 = 2x+2 \Rightarrow x^2-4x-5 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{4\pm\sqrt{16+20}}{2} = \frac{4\pm 6}{2} \Rightarrow x_1 = 5 \wedge x_2 = -1 \Rightarrow y_1 = 12 \wedge y_2 = 0$$

$$\Rightarrow S_1(5 \mid 12) \quad und \quad S_2(-1 \mid 0)$$

b) $f(x)=2x^2+4x-8 \quad und \quad g(x)=2x^2-2x+4$

Lösung:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 2x^2+4x-8 = 2x^2-2x+4$$

$$\xrightarrow{-2x^2+2x+8} 6x = 12 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y=8 \Rightarrow S(2 \mid 8)$$

3.) Ermitteln einer quadratischen Funktion

Gesucht ist eine quadratische Funktion, deren Graph durch die gegebenen Punkte verläuft:

$$A(-2 \mid 0), B(2 \mid 4) \quad und \quad C(3 \mid 10)$$

Lösung:

$$\left.\begin{array}{ll} I.) & 4a-2b+c=0 \\ II.) & 4a+2b+c=4 \\ III.) & 9a+3b+c=10 \end{array}\right\} \xrightarrow{I.)-II.)} b=1 \xrightarrow[b=1]{III.)-II.)} a=1 \Rightarrow c=-2$$

$$\Rightarrow f(x)=x^2+x-2$$

4.) Scheitelpunkt einer Brücke

Hier sehen Sie die Brücke Stari Most. Die **Alte Brücke** ist das namensgebende Wahrzeichen der Stadt Mostar in Bosnien-Herzegowina. Sie überspannt die Neretva und verbindet den mehr bosniakisch geprägten Ostteil mit dem stärker kroatisch geprägten Westteil der Stadt. Mit einer Breite von ?? m und ?? m Höhe (im Scheitelpunkt über der Neretva) war sie zur Zeit ihrer Erbauung ein Meisterwerk der Baukunst.

Wie breit und hoch ist eigentlich die Brücke, wenn man von einer Parabelgleichung von $p(x) = -0{,}1x^2 + 2{,}5x$ ausgeht?

Lösung: Ermittlung des Scheitelpunkts mittels quadratischer Ergänzung

$$p(x) = -0{,}1\left[x^2 - 25x + 12{,}5^2 - 12{,}5^2\right]$$

$$p(x) = -0{,}1(x - 12{,}5)^2 + 15{,}625 \quad \Rightarrow Scheitelpunkt: \quad S(12{,}5 \mid 15{,}625)$$

$$Breite\ der\ Brücke: \quad 25[m] \quad und \quad Höhe\ der\ Brücke: \quad 15{,}625[m]$$