

1.) Geometrische Folge

- a) Ermitteln Sie das 10. Glied einer geometrischen Folge, die mit den Gliedern 1, 2, 4, ... beginnt.

Geben Sie auch das Bildungsgesetz an.

Lösung: $a_n = 1 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow a_{10} = 1 \cdot 2^9 = 512$

- b) Das erste Glied einer geometrischen Folge heißt $\frac{1}{2}$, das letzte 131.072 und der Quotient 4.

Aus wie viel Gliedern besteht die Folge?

Lösung: $131.072 = \frac{1}{2} \cdot 4^{n-1} \Rightarrow n = 10$

- 2.) Für Bodenuntersuchungen werden Bohrarbeiten an eine Spezialfirma vergeben, die für den ersten Meter 10,00 € und für jeden weiteren Meter 7 % mehr als für den jeweils vorhergehenden Meter verlangt.

Mit welchen Kosten muss der Auftraggeber insgesamt rechnen, wenn 8 m tief gebohrt werden soll?

Lösung: $s_8 = 10 \cdot \frac{1,07^8 - 1}{0,07} = 102,60$

3.) Füllen Sie die Tabelle auf Grundlage der ganzjährigen Verzinsung aus:

Aufgabe	Anfangskapital	Zinssatz	Laufzeit	Endkapital
a)	12.000,00	4,5 %	8 Jahre	
b)		5 %	10 Jahre	65.155,79
c)	17.500,00		7 Jahre	27.194,76
d)	5.000,00	4 %		9.004,72

Lösung: a) $K_8 = 12.000,00 \cdot 1,045^8 = 17.065,21$

b) $K_0 = \frac{65.155,79}{1,05^{10}} = 40.000,00$

c) $q = \sqrt[7]{\frac{27.194,76}{17.500,00}} = 1,065 \Rightarrow p = 6,5 [\%]$

d) $n = \frac{\ln\left(\frac{9.004,72}{5.000,00}\right)}{\ln 1,04} = 15 [Jahre]$

4.) Ein Kapital von 8.500,00 € wird 5 Jahre lang mit 4 %, danach 4 Jahre mit 6 % und anschließend noch 3 weitere Jahre mit 7,5 % verzinst.

a) Auf welchen Betrag ist es angewachsen?

Lösung: $K_{12} = 8.500,00 \cdot 1,04^5 \cdot 1,06^4 \cdot 1,075^3 = 16.219,39$

b) Wie hoch ist die durchschnittliche Verzinsung?

Lösung:

$$q_{\text{eff}} = \sqrt[12]{\frac{16.219,39}{8.500,00}} = 1,05532 \Rightarrow p_{\text{eff}} = 5,532 [\%]$$

oder

$$q_{\text{eff}} = \sqrt[12]{1,04^5 \cdot 1,06^4 \cdot 1,075^3} = 1,05532 \Rightarrow p_{\text{eff}} = 5,532 [\%]$$

- 5.) Welches Kapital K_0 bringt nach 10 Jahren bei $p = 6$ genauso viel Zinsen wie ein um 2.000,00 € geringeres Kapital in 15 Jahren zu $p = 5$?

Lösung:

$$\begin{aligned}K_0 \cdot 1,06^{10} &= (K_0 - 2.000,00) \cdot 1,05^{15} \\ \Rightarrow K_0 \cdot 1,06^{10} &= K_0 \cdot 1,05^{15} - 2.000,00 \cdot 1,05^{15} \\ \Rightarrow 0,288K_0 &= 2.000,00 \cdot 1,05^{15} \\ \Rightarrow K_0 &= 14.432,97\end{aligned}$$

- 6.) Rudi Ratlos zahlt 10 Jahre jeweils zum Jahresanfang 4.000,00 auf einen Sparvertrag ein, der mit 6,5 % p.a. verzinst wird.

Welches Kapital mit Zinsen erhält er am Ende der Laufzeit?

Lösung:

$$R_{10} = 4.000,00 \cdot 1,065 \cdot \frac{1,065^{10} - 1}{0,065} = 57.486,24$$

- 7.) Kunigunde Habicht hat aus einem Vertragssparen zu 5 % nach 15 Jahren einen Anspruch auf einen Rentenendwert von 200.000,00.

Welche Beträge musste Kunigunde jährlich jeweils am Jahresende einzahlen?

Lösung:

$$\begin{aligned}\text{Ansatz: } 200.000,00 &= r \cdot \frac{1,05^{15} - 1}{0,05} \\ \Rightarrow r &= \frac{200.000,00}{\frac{1,05^{15} - 1}{0,05}} = 9.268,46\end{aligned}$$