Musterlösung **12. Jgst.** **1. Test** **Datum:** **01.09.2008**

Klasse: HBF **Fach: Mathematik**

Thema: Kurvendiskussion ganzrat. Funktionen; Ableitung (Potenzfunktionen)

1.) Ableitungen

Bilden Sie die 1. Ableitung zu folgenden Funktionen:

a) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ ***Lösung:*** $f'(x) = x - 2$

b) $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + 4$ ***Lösung:*** $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x$

c) $f(x) = (2x-1)(3x+1)$ ***Lösung:*** $f(x) = 6x^2 - x - 1$

$f'(x) = 12x - 1$

d) $f(x) = -x^3 + 2x^n$ ***Lösung:*** $f(x) = -3x^2 + 2nx^{n-1}$

e) $f(x) = -x^{n+1} + 2x^{n-2}$ ***Lösung:***

$$f(x) = -(n+1)x^n + 2(n-2)x^{n-3}$$

f) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x}$ ***Lösung:*** $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$

2.) Tangentenermittlung

Berechnen Sie die Steigung der Tangente der Funktion an der Stelle x = 2:

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x$$

Lösung:

$$f'(x) = \frac{1}{2}x - 2 \xrightarrow{x=2} f'(2) = \frac{1}{2}\cdot 2 - 2 = (-1) = m$$

3.) Untersuchung einer ganzrationalen Funktion

Führen Sie bei folgender Funktion $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x$

eine Untersuchung nach folgenden Kriterien durch:

a) Symmetrie b) Nullstellen c) Extremwerte

Lösung:

a) Symmetrie: Punktsymmetrie wegen der ungeraden Hochzahlen

b) Nullstellen:

$$f(x) = x\left(\frac{1}{3}x^2 - 4\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \wedge x_{2/3} = \pm\sqrt{12}$$

c) Extremwerte:

$$f'(x) = x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = \pm 2 \quad und \quad f''(x) = 2x$$

$$\Rightarrow f''(2) = 4 > 0 \Rightarrow Min\left(2 \,\middle|\, -\frac{16}{3}\right)$$

$$\Rightarrow f''(-2) = -4 < 0 \Rightarrow Max\left(-2 \,\middle|\, \frac{16}{3}\right)$$