

Thema: Ableitung von Potenzfunktionen; Steigung in x**1.) Ableitungen von Funktionen**

Bilden Sie die erste Ableitung zu folgenden Funktionen:

$$a) \quad f(x) = 2x^3 - 4x + 1 \xrightarrow{\text{Ableitung}} f'(x) = 6x^2 - 4$$

$$b) \quad g(x) = ax^3 - bx^2 + c \xrightarrow{\text{Ableitung}} g'(x) = 3ax^2 - 2bx$$

$$c) \quad h(x) = \frac{1}{2}x^{2n} - 3x^n \xrightarrow{\text{Ableitung}} h'(x) = nx^{2n-1} - 3nx^{n-1}$$

$$d) \quad k(x) = \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{3}{4}x^{-4} \xrightarrow{\text{Ableitung}} k'(x) = -1x^{-3} - 3x^{-5}$$

e)

$$p(x) = \frac{1}{n+1}x^{n+1} - \frac{3}{n^2-1}x^{n-1} \xrightarrow{\text{Ableitung}} p'(x) = x^n - \frac{3}{n+1}x^{n-2}$$

f)

$$w(x) = 5x^{0,4} - 2x^{\frac{3}{5}} + 6x^{-\frac{1}{3}} \xrightarrow{\text{Ableitung}} w'(x) = 2x^{-0,6} - \frac{6}{5}x^{-\frac{2}{5}} - 2x^{-\frac{4}{3}}$$

2.) Steigung von Funktionen I

Gegeben ist folgende Funktion: $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2,5x^2 + 3x$

a) Wie groß ist die Steigung in $x = 3$?

Lösung: $f'(x) = 2x^2 - 5x + 3 \xrightarrow{x=3} f'(3) = 6$

b) Bei welchen Werten von x liegt eine Steigung von $m = 1$

Lösung:

$$f'(x) = m \Rightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 1 \xrightarrow{-1} 2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x_{\frac{1}{2}} = \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{4} = \frac{5 \pm 3}{4} \Rightarrow x_1 = 2 \text{ und } x_2 = \frac{1}{2}$$

3.) Steigung von Funktionen II

Gegeben ist folgende Funktion: $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 4$

- a) Wie groß ist die Steigung in $x = 2$?

Lösung: $f'(x) = \frac{1}{2}x - 2 \xrightarrow{x=2} f'(2) = -1$

- b) Wo hat die Funktion die Steigung von $m = -4$?

Lösung: $f'(x) = m \Rightarrow \frac{1}{2}x - 2 = -4 \Rightarrow x = -4$

4.) Tangente(n)

Berechnen Sie die Tangente in $x = -1$ an die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 1$$

Lösung:

$$y\text{-Wert: } f(-1) = \frac{1}{3} \cdot (-1)^2 - \frac{2}{3} \cdot (-1) + 1 = 2$$

$$\text{Steigung: } f'(x) = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \xrightarrow{x=-1} f'(-1) = \left(-\frac{4}{3}\right)$$

$$y\text{-Achsenabschnitt: } 2 = \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot (-1) + b \Rightarrow b = \frac{2}{3}$$

$$\text{Tangente: } t(x) = \left(-\frac{4}{3}\right)x + \frac{2}{3}$$