Musterlösung **11. Jgst.** **3. Test** **Datum: 22.02.2010**

Klasse: HBF OM 09 **Fach: Mathematik**

Themen: Gebr.-rat. Funktionen; Polynomdivision

1.) Polynomdivision

$$(3x^3 - 2x^2 + 4x - 3) : (x+2) \quad =$$

Lösung:

(3x^3 - 2x^2 + 4x - 3) : (x + 2) = $3x^2 - 8x + 20 \quad \text{Rest:} \quad -43$

```
 3x^3  + 6x^2
 ——————————————
       - 8x^2  +  4x  -  3
       - 8x^2  - 16x
       ————————————
              20x  -   3
              20x  + 40
              ———————
                     - 43
```

Wie bei der schriftlichen Division von Zahlen zieht man auch bei der Polynomdivision vom Dividenden nach und nach passende Vielfache des Divisors ab, bis am Ende möglichst kein Rest mehr bleibt. Dazu wird in jedem Schritt derjenige Summand des Restes eliminiert, bei dem x in der höchsten Potenz steht.
Die Summanden des Quotienten erhält man daher durch Division dieses Summanden der jeweiligen Reste durch den Summanden des Divisors mit der höchsten Potenz von x. In diesem Beispiel ist das x.

Betrachte den Dividenden 3x^3 - 2x^2 + 4x - 3 als ersten "Rest".
Der Summand dieses Restes mit der höchsten Potenz von x ist 3x^3.
Da 3x^3/x = 3x^2, ist der erste Summand des Quotienten 3x^2.
Berechne 3x^2·(x + 2) = 3x^3 + 6x^2 und subtrahiere dies vom letzten Rest.
-> neuer Rest: -8x^2 + 4x - 3

Der Summand dieses Restes mit der höchsten Potenz von x ist -8x^2.
Da -8x^2/x = -8x, ist der nächste Summand des Quotienten -8x.
Berechne -8x·(x + 2) = -8x^2 - 16x und subtrahiere dies vom letzten Rest.
-> neuer Rest: 20x - 3

Der Summand dieses Restes mit der höchsten Potenz von x ist 20x.
Da 20x/x = 20, ist der nächste Summand des Quotienten 20.
Berechne 20·(x + 2) = 20x + 40 und subtrahiere dies vom letzten Rest.
-> neuer Rest: -43
Der Rest hat einen kleineren Polynomgrad (g=0) als der Divisor (g=1) -> Abbruch

2.) Untersuchung gebr.-rat. Funktionen

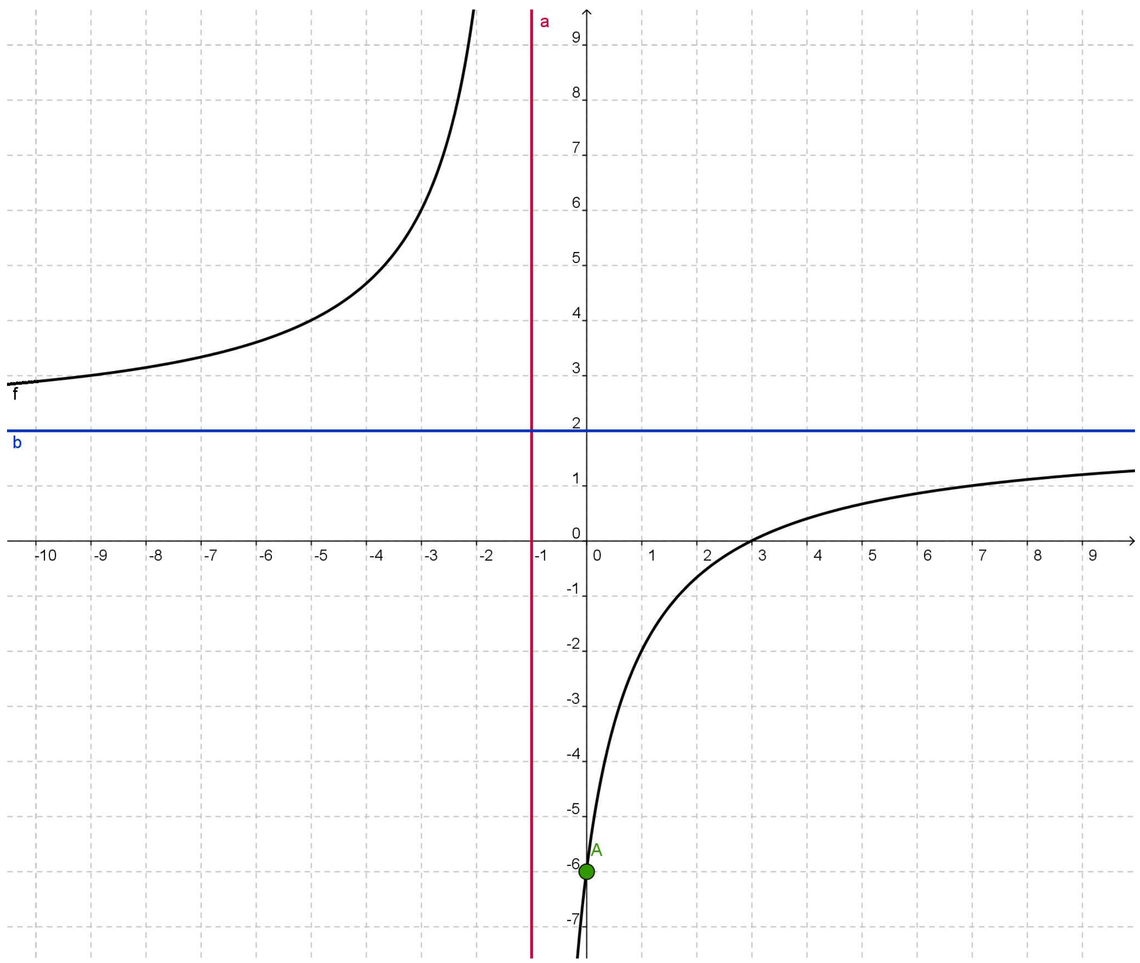
Funktion	Nullstelle	Polstelle	Sy	Asymptote
$f(x) = \frac{-3x+6}{x-3}$	x = 2	x = 3	(0 / -2)	a(x) = -3 Zählergrad = Nennergrad
$f(x) = \frac{0,5x^2-3x+4}{2x+4}$	x_1 = 2 und x_2 = 4	x = - 2	(0 / 1)	a(x) = $\frac{1}{4}$ x -2
$f(x) = \frac{2}{x^2-16}$	keine	x_1 = 4 und x_2 = - 4	(0 / - $\frac{1}{8}$)	a(x) = 0 Zählergrad < Nennergrad

3.) Zeichnung gebr.-rat. Funktionen

Zeichnen Sie die gebrochen-rationale Funktion mit folgenden Eigenschaften:

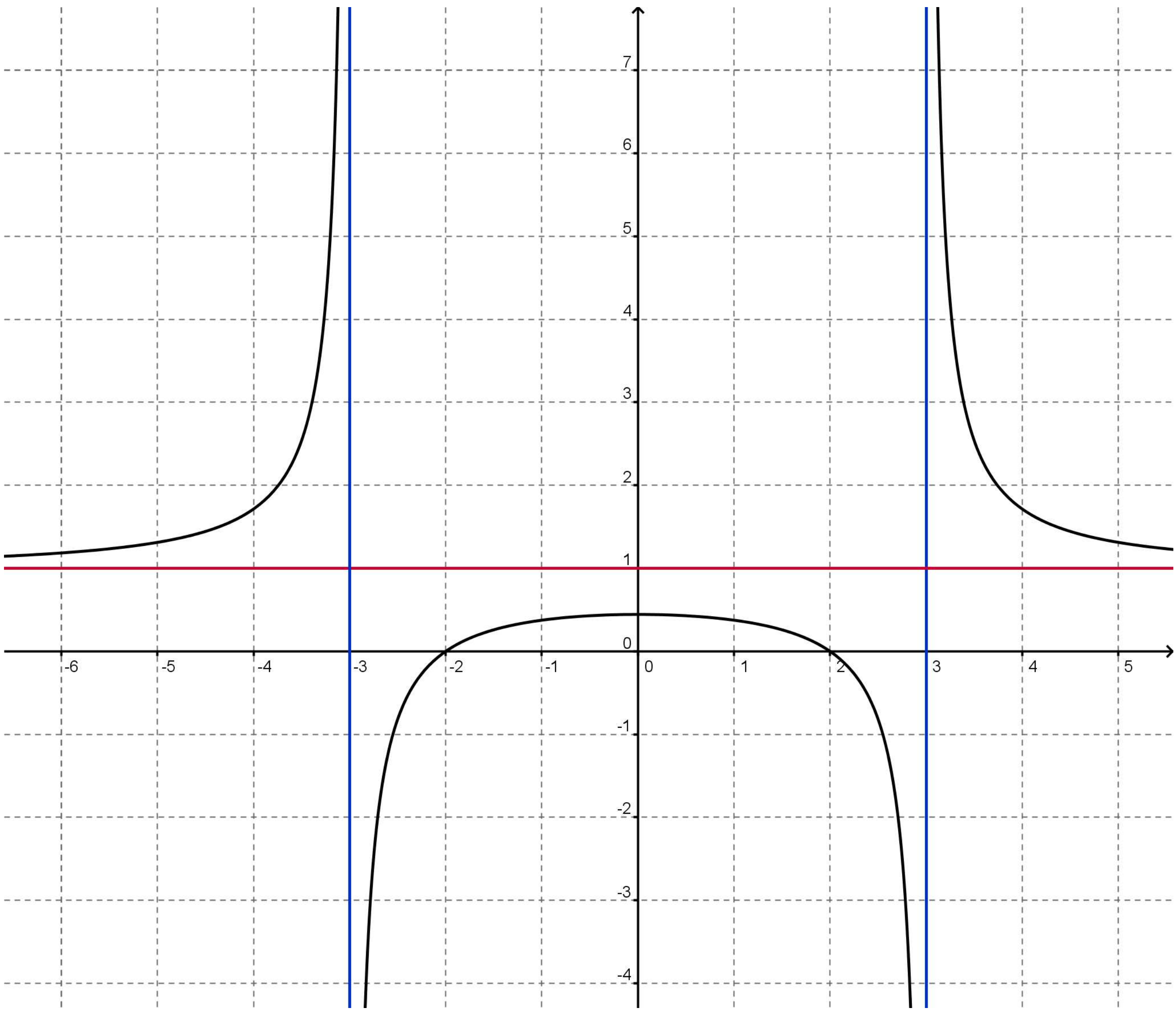
Nullstelle: x = 3 **Polstelle:** x = - 1

Asymptote: a(x) = 2 **Schnittpunkt mit y-Achse:** (0 / -6)



4.) Eigenschaften von gebr.-rat. Funktionen

Lesen Sie aus der Zeichnung die Eigenschaften der gebr.-rat. Funktion ab:



Funktion	Nullstelle	Polstelle	Sy	Asymptote
$f(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2-9}$	$x_1 = 2$ und $x_2 = -2$	$x_1 = 3$ und $x_2 = -3$	$(0 / {}^4/_9)$	a(x) = 1 Zählergrad = Nennergrad