

Kurvendiskussion

Folgende Arbeitsschritte sind bei einer vollständigen Kurvendiskussion durchzuführen:

Arbeitsschritte	Durchführung bzw. Regeln
1.) Ableitungen	$(x^n)' = n * x^{n-1}$
2.) Definitionsmenge	Ganzrationale Funktionen $\Rightarrow \mathbb{R}$ oder Intervall Gebr.-rat. Funktionen $\Rightarrow \mathbb{R} \setminus \{\text{'Nennernullstellen'}\}$ sonstige Funktionen \Rightarrow besonderes Vorgehen
3.) Symmetrie	<u>Ganzrationale Funktionen</u> Punktsymmetrie: Alle Hochzahlen sind ungerade $f(-x) = -f(x)$ Achsensymmetrie: Alle Hochzahlen sind gerade $f(-x) = f(x)$
4.) Nullstellen	$f(x) = 0$
5.) Grenzwerte a) $x \rightarrow x_0$ b) $x \rightarrow \infty$ c) $x \rightarrow -\infty$	Verhalten der Funktion an einer bestimmten Stelle x_0 und an den Rändern des Definitionsbereichs (im Regelfall bei $\pm\infty$) siehe auch: Arbeitsblatt "Grenzwerte"
6.) Asymptote	nur bei gebr.-rat. Funktionen: Polynomdivision(!)
7.) Extremwerte	a) $f'(x) = 0$ und $f''(x_0) > 0$ \Rightarrow An der Stelle " x_0 " befindet sich ein Minimum b) $f'(x) = 0$ und $f''(x_0) < 0$ \Rightarrow An der Stelle " x_0 " befindet sich ein Maximum Ausnahmen möglich - Stichwort: Prüfung des Steigungsverhaltens
8.) Wertemenge	Aufgrund der Resultate aus 4.) bis 6.) kann der Bereich der möglichen Funktionswerte (WERTEMENGE) festgelegt werden.

9.) Monotonieverhalten	<p>Zuerst müssen die Monotonieintervalle ermittelt werden: Hierzu wird die erste Ableitung der Funktion gleich "0" gesetzt</p> $f'(x) = 0$ <p>Anhand der Nullstellen werden die erforderlichen Intervalle festgelegt und dann entsprechend untersucht:</p> <p>a) $f'(x) > 0$ \Rightarrow Die Funktion steigt in diesem Intervall.</p> <p>b) $f'(x) < 0$ \Rightarrow Die Funktion fällt in diesem Intervall.</p>
10.) Wendepunkt	$f''(x) = 0 \text{ und } f'''(x_0) < 0 \text{ oder } f'''(x_0) > 0$ <p>\Rightarrow An der Stelle "x_0" liegt ein Wendepunkt</p> <p>Ausnahmen möglich - Stichwort: Prüfung des Steigungsverhaltens</p>
11.) Krümmungsverhalten	<p>Zuerst müssen die Krümmungsintervalle ermittelt werden: Hierzu wird die zweite Ableitung der Funktion gleich "0" gesetzt.</p> $f''(x) = 0$ <p>Anhand der Nullstellen werden die erforderlichen Intervalle festgelegt und dann entsprechend untersucht:</p> <p>a) $f''(x) > 0$ \Rightarrow Die Funktion ist in diesem Intervall linksgekrümmt.</p> <p>b) $f''(x) < 0$ \Rightarrow Die Funktion ist in diesem Intervall rechtsgekrümmt.</p>
12.) Polstellen / Lücken	<p>nur bei gebr.-rat. Funktionen: Nennernullstellen müssen entsprechend untersucht werden.</p> <p>\Rightarrow Lücken bei der Definitionsmenge</p>