

### Gesetzmäßigkeiten bei Matrizen

Zeigen Sie mit Hilfe der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix},$$

ob die folgende Behauptung richtig oder falsch ist:

$$\lambda * (A * B) = (\lambda * A) * B = A * (\lambda * B)$$

mit  $\lambda \in \mathbb{R}$

### Gesetzmäßigkeiten bei Matrizen

Zeigen Sie mit Hilfe der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$$

ob die folgende Behauptung richtig oder falsch ist:

$$A * (B * C) = (A * B) * C$$

### Gesetzmäßigkeiten bei Matrizen

Zeigen Sie mit Hilfe der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$$

ob die folgende Behauptung richtig oder falsch ist:

$$A * (B + C) = A * B + A * C$$

### Gesetzmäßigkeiten bei Matrizen

Zeigen Sie mit Hilfe der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$$

ob die folgende Behauptung richtig oder falsch ist:

$$(A + B) * C = A * C + B * C$$

### Gesetzmäßigkeiten bei Matrizen

Zeigen Sie mit Hilfe der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix},$$

ob die folgende Behauptung richtig oder falsch ist:

$$(A * B)^T = B^T * A^T$$

### Gesetzmäßigkeiten bei Matrizen

Zeigen Sie mit Hilfe der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix},$$

ob die folgende Behauptung richtig oder falsch ist:

$$A * A^{-1} = A^{-1} * A = ???$$

Vervollständigen Sie die Aussage!

## Gesetzmäßigkeiten bei Matrizen

Zeigen Sie mit Hilfe der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix},$$

ob die folgenden Behauptungen richtig oder falsch sind:

$$A * 0 = 0 * A = ???$$

$$A * E = E * A = ???$$

Vervollständigen Sie die Aussagen!

## Gesetzmäßigkeiten bei Matrizen

Zeigen Sie mit Hilfe der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix},$$

ob die folgende Behauptung richtig oder falsch ist:

$$(A * B)^{-1} = B^{-1} * A^{-1}$$

## Gesetzmäßigkeiten bei Matrizen

Zeigen Sie mit Hilfe der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix},$$

ob die folgende Behauptung richtig oder falsch ist:

$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$$

## Gesetzmäßigkeiten bei Matrizen

Vervollständigen Sie mit Hilfe der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

die folgenden Aufgaben:

$$(A^{-1})^{-1} = ???$$

$$(A^T)^T = ???$$

## Gesetzmäßigkeiten bei Matrizen

Zeigen Sie mit Hilfe der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$$

ob die folgende Behauptung richtig oder falsch ist:

$$A * (B + C) = (B + C) * A$$

## Gesetzmäßigkeiten bei Matrizen

Zeigen Sie mit Hilfe der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix},$$

ob die folgende Behauptung richtig oder falsch ist:

$$(A + B) * C = C * (A + B)$$

### Gesetzmäßigkeiten bei Matrizen

Zeigen Sie mit Hilfe der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix},$$

ob die folgende Behauptung richtig oder falsch ist:

$$(A * B)^T = A^T * B^T$$

### Gesetzmäßigkeiten bei Matrizen

Zeigen Sie mit Hilfe der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix},$$

ob die folgende Behauptung richtig oder falsch ist:

$$(\lambda * A)^{-1} = \frac{1}{\lambda} * A^{-1} \quad \text{mit } \lambda \in \mathfrak{R}$$

### Gesetzmäßigkeiten bei Matrizen

Zeigen Sie mit Hilfe der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix},$$

ob die folgende Behauptung richtig oder falsch ist:

$$(A + B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$$

## ÜBUNGEN ZU RECHENGESETZEN BEI MATRIZEN

- ❶  $\left((A^T)^{-1}\right)^T$
- ❷  $(A^{-1})^T * A^T$
- ❸  $(A * B)^{-1} * A * B$
- ❹  $(B^T * A^T)^T * (A * B)^{-1}$
- ❺  $A(B + A) - (A + B)^2$
- ❻  $(\lambda * A * B)^{-1} * A * B^2$
- ❼  $(A^T * B^T)^{-1} * (B * A)^T$
- ❽  $A^T - B^T + \left((B^T)^T\right)^T$
- ❾  $(E^{-1})^T * A$
- ❿  $A * E * 0 + (0^{-1})^T$

## ÜBUNGEN ZU ORTHOGONALEN UND SYMMETRISCHEN MATRIZEN

- ❶ Gegeben sei die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 0,6 & -0,8 \\ 0,8 & 0,6 \end{pmatrix}$ .
  - a) Prüfen Sie nach, ob A orthogonal ist.
  - b) Zeigen Sie, dass A und  $A^T$  invers zueinander sind.
- ❷ Konstruieren Sie mit Hilfe des Vektors  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$  die orthogonale (3x3) Matrix A.
- ❸ Beweisen Sie folgende Aussage allgemein:  
 Wenn die Matrix A schiefsymmetrisch ist,  
 dann ist  $A^T$  ebenfalls schiefsymmetrisch.
- ❹ Zerlegen Sie die Matrix  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 3 & 0 & -4 \\ -2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$  in eine symmetrische Matrix  $A_S$  und eine schiefsymmetrische Matrix  $A_{SS}$ .
- ❺ Wieso gilt  $(A * A^{-1})^T = E$  ?
- ❻ Zeigen Sie allgemein, dass für eine beliebige (3x3)-Matrix A gilt:  
 $A - A^T = A_{SS}$ .